经江苏省中小学教辅材料评议委员会2014年评议通过

学习与评价

配苏科版义务教育教科书

学习与评价编写组 编

数学 8年级上册

江苏凤凰教育出版社
Phoenix Education Publishing, Ltd

配苏科版义务教育教科书

学习与评价

数学

8 年级上册

学习与评价编写组 编

江苏凤凰教育出版社
Phoenix Education Publishing, Ltd
·南 京·

目　录

第1章 全等三角形

1.1 全 等 图 形

【问题导引】

如图 1-1,哪些图案设计中含有全等图形?

①　②　③　④　⑤　⑥

图 1-1

【例题精讲】

例 你能沿着图 1-2 中的虚线把图形划分为 4 个全等图形吗? 把你的方案画在图中.

分析 根据整个图形的面积和形状进行划分.

图 1-2

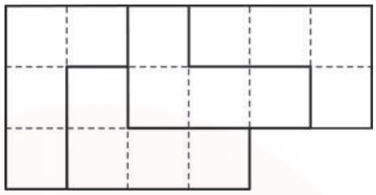


图 1-3

解 如图 1-3.

说明 划分全等图形时,各个图形不仅要面积相等,还要形状相同,即能完全重合.

【活动与评估】

知识与基础

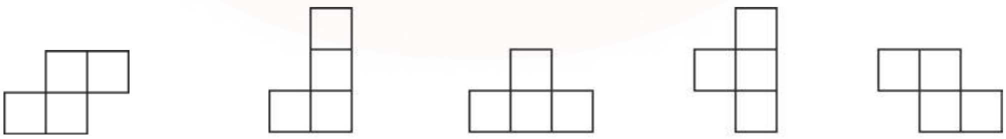
1. 如图,图中有________对全等图形,它们分别是______________(填图形的序号).

①　②　③　④　⑤　⑥　⑦　⑧

(第 1 题)

2. 选择题:

(1) 下列图形中,与左边图形全等的是(　　).



(第 2(1)题)　A.　B.　C.　D.

（2）下列说法中，正确的是（　　）.

. 全等图形的面积相等　　B. 面积相等的两个图形是全等图形

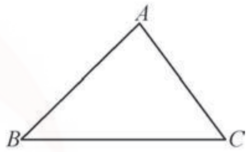
C. 形状相同的两个图形是全等图形　　D. 周长相等的两个图形是全等图形

应用与延伸

3. 如图，沿着虚线，用不同的方法将每个图形分别分成两个全等的图形.

（第3题）

4. 如图，已知$\triangle ABC$，请设计一个方案画$\triangle DEF$，使$\triangle DEF$与$\triangle ABC$全等.



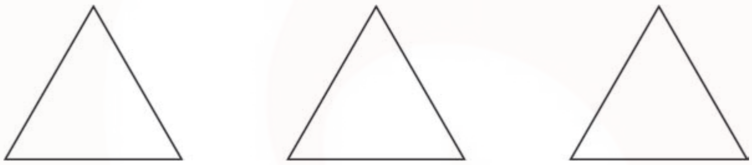
（第4题）

探索与研究

5. 已知如图所示的三个等边三角形.

（1）你能分别把等边三角形分成两个、三个、四个全等的图形吗？

（2）你还能分成几个全等的图形？试试看.



（第5题）

1.2　全等三角形

【问题导引】

如图1－4，把$\triangle ABC$经过适当的图形变化（平移、翻折或旋转），得到$\triangle A'B'C'$. 画画看，$\triangle A'B'C'$与$\triangle ABC$全等吗？

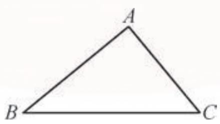


图1－4

【例题精讲】

例 1 如图 1－5，点 A、B、C、D 在一条直线上，$\triangle ABF \cong \triangle DCE$，你能从图中得到哪些结论？

分析 本题的结论是开放的，要借助图形，直接利用全等三角形的性质，找出相等的边和相等的角.

解 根据全等三角形的对应角相等、对应边相等，由$\triangle ABF \cong \triangle DCE$，得 $\angle AFB = \angle DEC$，$\angle ABF = \angle DCE$，$\angle BAF = \angle CDE$，$AB = DC$，$BF = CE$，$AF = DE$，$AC = DB$ 等.

说明 本题答案不唯一，还有$\triangle ACE \cong \triangle DBF$、$\triangle ADE \cong \triangle DAF$ 等.

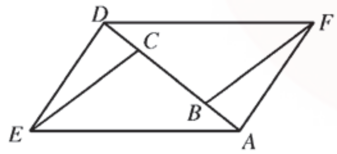


图 1－5

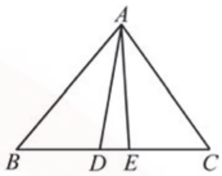


图 1－6

例 2 如图 1－6，$\triangle ABE \cong \triangle ACD$.

(1) 已知 $BE=6$，$DE=2$，求 BC 的长；

(2) 已知$\angle BAC=75°$，$\angle BAD=30°$，求$\angle DAE$ 的度数.

分析 (1) 根据全等三角形的性质得出 $BE=CD$，根据 $BE=6$，$DE=2$，得到 $CE=4$，从而得到 BC 的长；(2) 根据全等三角形的性质得出$\angle BAE=\angle CAD$，可得$\angle BAD=\angle CAE$，计算$\angle CAD-\angle CAE$ 即求出$\angle DAE$ 的度数.

解 (1) $\because$ $\triangle ABE \cong \triangle ACD$，

$\therefore$ $BE=CD$，$\angle BAE=\angle CAD$.

又$\because$ $BE=6$，$DE=2$，

$\therefore$ $EC=DC-DE=BE-DE=4$.

$\therefore$ $BC=BE+EC=10$.

(2) $\because$ $\angle BAC=75°$，$\angle BAD=30°$，

$\therefore$ $\angle CAD=\angle BAC-\angle BAD=75°-30°=45°$.

$\therefore$ $\angle BAE=\angle CAD=45°$.

$\therefore$ $\angle DAE=\angle BAE-\angle BAD=45°-30°=15°$.

说明 根据“全等三角形的对应边相等，对应角相等”，可以求出对应边的长度或对应角的度数.

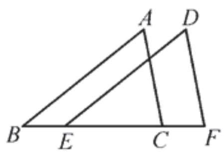
【活动与评估】

知识与基础

1. 填空题：

(1) 已知$\triangle ABC \cong \triangle PQR$，$AB = PQ$，$BC = QR$，则 AC 的对应边是________，$\angle ACB$ 的对应角是________；

(2) 如图，$\triangle ABC \cong \triangle DEF$，$AB = DE$，则$\angle A$ 的对应角是________，AC 的对应边是________.

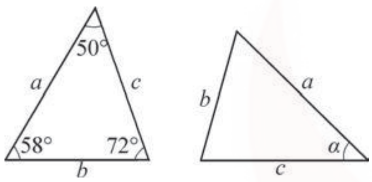


(第 1(2)题)

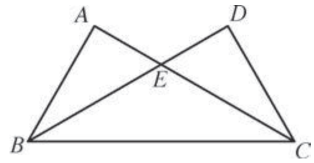
2. 选择题：

（1）如图，已知两个三角形全等，则$\angle\alpha$的度数是（　　）.

A. 72°　　B. 60°　　C. 58°　　D. 50°



（第2(1)题）



（第2(2)题）

（2）如图，$\triangle ABC \cong \triangle DCB$，$AC=7$，$BE=5$，则$DE$的长为（　　）.

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

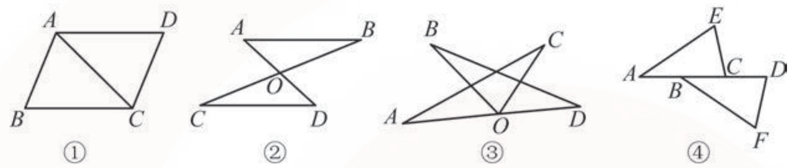
3. 平移、翻折、旋转前后的图形全等（如图），根据全等三角形写出对应的边和角.

（1）如图①，$\triangle ABC \cong \triangle CDA$，对应边是________________，对应角是________________；

（2）如图②，$\triangle AOB \cong \triangle DOC$，对应边是________________，对应角是________________；

（3）如图③，$\triangle AOC \cong \triangle BOD$，对应边是________________，对应角是________________；

（4）如图④，$\triangle ACE \cong \triangle BDF$，对应边是________________，对应角是________________.

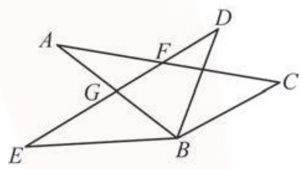


（第3题）

应用与延伸

4. 已知：如图，$\triangle ABC \cong \triangle EBD$.

求证：$\angle AFE = \angle ABE$.

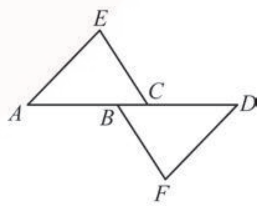


（第4题）

5. 已知：如图，$\triangle ACE \cong \triangle DBF$，$AD=8$，$BC=2$.

（1）求AC的长度；

（2）试说明$CE \parallel BF$.



（第5题）

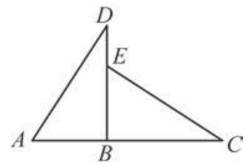
探索与研究

6. 如图，点 A、B、C 在一条直线上，点 E 在边 BD 上，且 $\triangle ABD \cong \triangle EBC$，$AB=2$ cm，$BC=3$ cm.

(1) 求 DE 的长；

(2) 判断 AC 与 BD 的位置关系，并说明理由；

(3) 判断直线 AD 与直线 CE 的位置关系，并说明理由.



(第 6 题)

1.3 探索三角形全等的条件(1)

【问题导引】

如图 1－7，如果 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 满足三条边分别相等，三个角分别相等，即 $AB=A'B'$，$B\ \ =B'C'$，$AC=A'C'$，$\angle A=\angle A'$，$\angle B=\angle B'$，$\angle C=\angle C'$，就能判定 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$. 能否在上述六个条件中选择部分条件，简捷地判定两个三角形全等呢？你有哪些猜想？

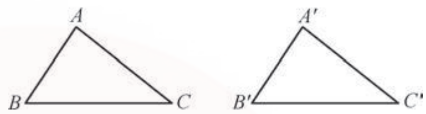


图 1－7

【例题精讲】

例 已知：如图 1－8，$AB=AE$，$\angle BAD=\angle EAC$，$AC=AD$.

求证：$BC=DE$.

分析 要证明 $BC=DE$，可先证明 $\triangle ABC \cong \triangle AED$. 已知 $AB=AE$，$AC=AD$，只需 $\angle BAC=\angle EAD$. 又因为 $\angle BAD=\angle EAC$，可得 $\angle BAC=\angle EAD$.

证明 $\because \angle BAD=\angle EAC$，

$\therefore \angle BAD+\angle DAC=\angle EAC+\angle CAD$，

即 $\angle BAC=\angle EAD$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 中，

$$\begin{cases} AB=AE(\text{已知}), \\ \angle BAC=\angle EAD(\text{已证}), \\ AC=AD(\text{已知}), \end{cases}$$

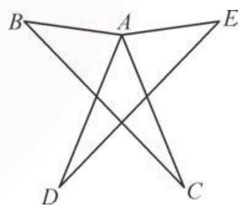


图 1－8

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AED(\text{SAS})$.

$\therefore BC=DE$.

说明 涉及两条线段或两个角相等的问题时，可以考虑用三角形全等的有关知识解决.

【活动与评估】

知识与基础

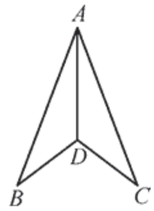
1. 填空题:

(1) 两边和它们的________分别相等的两个三角形全等(可以简写成"________"或"________").

(2) 如图,AD是$\triangle ABD$和$\triangle ACD$的公共边.

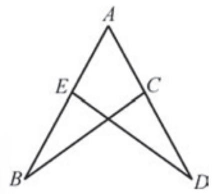
① 已知$AB=AC$,那么再由$\angle$________$=\angle$________,就可以根据"SAS"证得$\triangle ABD\cong\triangle ACD$;

② 已知$BD=CD$,那么再由$\angle$________$=\angle$________,就可以根据"SAS"证得$\triangle ABD\cong\triangle ACD$.



(第1(2)题)

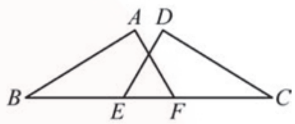
2. 已知:如图,点E、C分别在AB、AD上,$AB=AD$,$AE=AC$.
求证:$\triangle ABC\cong\triangle ADE$.



(第2题)

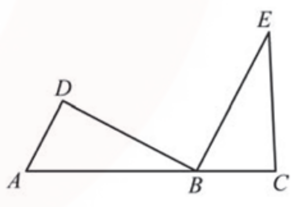
应用与延伸

3. 如图,点E、F在BC上,$BE=CF$,$AB=DC$,$\angle B=\angle C$.
求证:$\angle A=\angle D$.



(第3题)

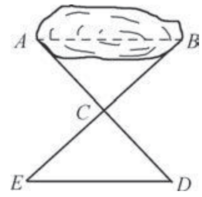
4. 如图,点A、B、C在一条直线上,$AD\parallel BE$,$AD=BC$,$AB=BE$.
求证:$BD=CE$.



(第4题)

探索与研究

5. 如图，要测一个池塘两端 A、B 的距离，可先在平地上取一个点 C，从点 C 不经过池塘可以直接到达点 A 和 B，连接 AC 并延长到点 D，使 $CD=CA$. 连接 BC 并延长到点 E，使 $CE=CB$. 连接 DE，量出的 DE 的长度就是 A、B 两端之间的距离，为什么？



(第 5 题)

1.3　探索三角形全等的条件(2)

【问题导引】

画△ABC，使 $AB=2$ cm，$AC=1$ cm，$\angle B=40°$. 你画的三角形与其他同学画的三角形全等吗？

【例题精讲】

例　如图 1－9，C 是 AB 的中点，$CD=BE$，$CD\parallel BE$. 试判断 AD 与 CE 的关系，并说明理由.

分析　利用“SAS”证明△ACD≌△CBE，即可得到$\angle A=\angle BCE$，再根据“同位角相等，两直线平行”，即可证明 $AD\parallel CE$.

证明　∵ C 是 AB 的中点，

∴ $AC=CB$.

∵ $CD\parallel BE$，

∴ $\angle ACD=\angle B$.

在△ACD 和△CBE 中，

$$\begin{cases} AC=CB, \\ \angle ACD=\angle B, \\ CD=BE, \end{cases}$$

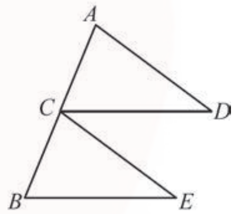


图 1－9

∴ △ACD≌△CBE(SAS).

∴ $AD=CE$，$\angle A=\angle BCE$.

∴ $AD\parallel CE$.

∴ $AD=CE$，$AD\parallel CE$.

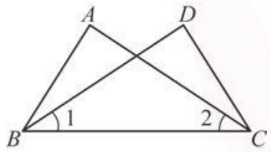
说明　两条线段的关系通常包含位置关系(如平行、垂直等)和数量关系(如相等、大于、小于、倍数等)，注意不要遗漏.

【活动与评估】

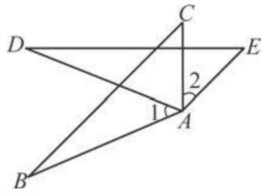
知识与基础

1. 填空题：

(1) 如图，$AC=DB$，$\angle 1=\angle 2$，则$\triangle ABC\cong\triangle$________，$\angle ABD=\angle$________；



（第1(1)题）



（第1(2)题）

(2) 已知：如图，$AC=AE$，$\angle 1=\angle 2$，$AB=AD$，$\angle D=25°$，则$\angle B$的度数为________.

2. 判断题（正确的打"√"，错误的打"×"）：

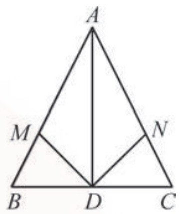
(1) 有两条边分别相等的两个三角形全等； ( )

(2) 有两条边和一个角分别相等的两个三角形全等； ( )

(3) 两条直角边分别相等的两个直角三角形全等. ( )

3. 已知：如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，AD平分$\angle BAC$，点M、N分别在边AB、AC上，$AM=2MB$，$AN=2NC$.

求证：$DM=DN$.



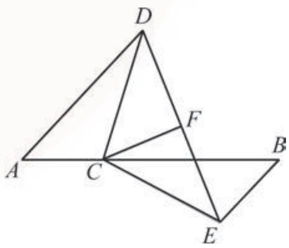
（第3题）

应用与延伸

4. 如图，点C在线段AB上，$AD\parallel EB$，$AC=BE$，$AD=BC$.

(1) 求证：$\triangle ACD\cong\triangle BEC$；

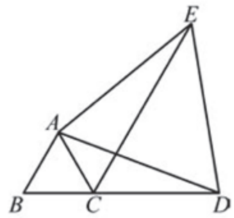
(2) 若CF平分$\angle DCE$，则$CF\perp DE$吗？请说明理由.



（第4题）

探索与研究

5. 已知：如图，在等边三角形 ABC 中，D 是 BC 延长线上的一点，连接 AD，以 AD 为边作等边三角形 ADE，连接 CE. 用学过的知识探索 AC、CD、CE 三条线段之间的数量关系，试写出探究过程.

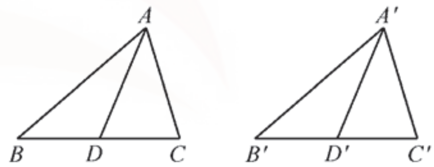


（第 5 题）

6. 如图，$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$，$AD$、$A'D'$ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的中线.

(1) 求证：$AD = A'D'$；

(2) 用文字语言叙述第(1)小题的结论.



（第 6 题）

1.3 探索三角形全等的条件(3)

【问题导引】

画 $\triangle ABC$，使 $\angle B = 40°$，$\angle C = 60°$，$BC = 2$ cm. 你画的三角形与其他同学画的三角形全等吗？

【例题精讲】

例 如图 1-10，$\angle A = \angle B$，$AE = BE$，点 D 在边 AC 上，$\angle 1 = \angle 2$，AE、BD 相交于点 O. 求证：$\triangle AEC \cong \triangle BED$.

分析 根据全等三角形的判定即可判断 $\triangle AEC \cong \triangle BED$.

证明 ∵ AE、BD 相交于点 O，

∴ $\angle AOD = \angle BOE$.

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle BOE$ 中，

∵ $\angle A = \angle B$，

∴ $\angle BEO = \angle 2$.

又∵ $\angle 1 = \angle 2$，

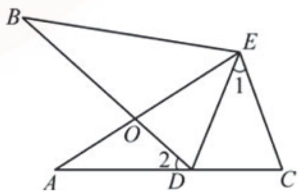


图 1-10

∴ $\angle 1=\angle BEO$.

∴ $\angle AEC=\angle BED$.

在$\triangle AEC$和$\triangle BED$中，

$$\begin{cases}\angle A=\angle B,\\ AE=BE,\\ \angle AEC=\angle BED,\end{cases}$$

∴ $\triangle AEC\cong\triangle BED$(ASA).

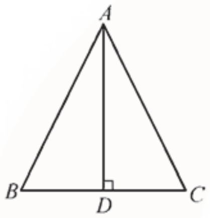
说明 运用全等三角形的性质与判定，得出对应边或对应角相等，即可求出相关线段的长度或相关角的度数.

【活动与评估】

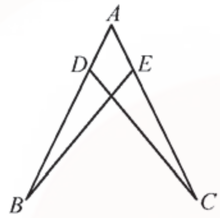
知识与基础

1. 填空题：

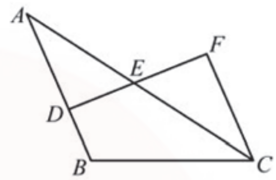
(1) 已知：如图，在$\triangle ABD$和$\triangle ACD$中，因为$\angle BAD=\angle CAD$，________ = ________，$\angle ADB=\angle ADC=90°$，根据“ASA”可得$\triangle ABD\cong\triangle ACD$；



(第1(1)题)



(第1(2)题)



(第1(3)题)

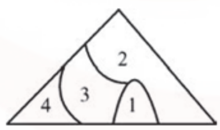
(2) 已知：如图，$AB=AC$，只需补充条件________________，就可以根据“ASA”证明$\triangle ABE\cong\triangle ACD$；

(3) 已知：如图，$AB/\!/CF$，E是DF的中点，$AB=7$ cm，$CF=4$ cm，则$BD=$________cm.

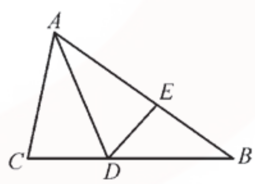
2. 选择题：

(1) 小明将一块三角形纸板分割成如图所示的四块(图中标注为1、2、3、4). 若想用其中一块去还原与原来大小一样的三角形纸板，则应该选(　　).

A. 第1块　　B. 第2块　　C. 第3块　　D. 第4块



(第2(1)题)

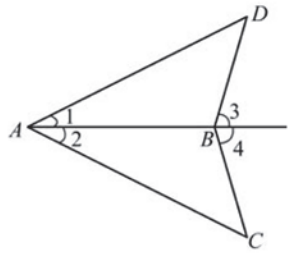


(第2(2)题)

(2) 已知：如图，在$\triangle ABC$中，$\angle CAD=\angle EAD$，$\angle ADC=\angle ADE$，$CB=5$，$BD=3$，则ED的长为(　　).

A. 2　　B. 3　　C. 5　　D. 8

3. 已知:如图,$\angle 1=\angle 2$,$\angle 3=\angle 4$.
求证:$AC=AD$.



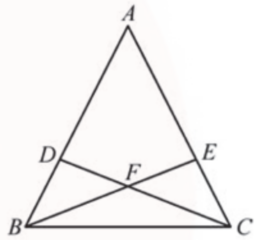
(第 3 题)

应用与延伸

4. 如图,在$\triangle ABC$和$\triangle ADE$中,点E在BC上,$\angle BAC=\angle DAE$,$\angle B=\angle D$,$AB=AD$.
(1) 求证:$\triangle ABC\cong\triangle ADE$;
(2) 已知$\angle BED=25^\circ$,将$\triangle ADE$绕着点A按逆时针方向旋转一个锐角后与$\triangle ABC$重合,求这个旋转角的度数.

(第 4 题)

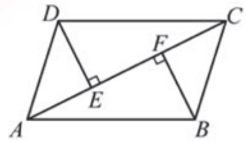
5. 已知:如图,在$\triangle ABC$中,$AB=AC$,点D、E分别在边AB、AC上,CD、BE相交于点F,且$\angle ABE=\angle ACD$.求证:
(1) $\triangle ABE\cong\triangle ACD$;
(2) $DF=EF$.



(第 5 题)

探索与研究

6. 已知:如图,$DE\perp AC$,$BF\perp AC$,垂足分别为E、F,$AE=CF$,$DC/\!/AB$.
(1) 试判断DE与BF的关系,并证明你的猜想;
(2) 连接DF、BE,猜想DF与BE的关系,并证明你的猜想.



(第 6 题)

1.3 探索三角形全等的条件(4)

【问题导引】

画△ABC,使∠A=80°,∠B=40°,BC=2 cm.你画的三角形与其他同学画的三角形全等吗?为什么?

【例题精讲】

例 如图1-11,在△ABC中,点D在边BC上,$BE\perp AD$,$CF\perp AD$,垂足分别为E、F.

(1) 已知AD是△ABC的中线,求证:$BE=CF$;

(2) 已知$BE=CF$,求证:AD是△ABC的中线.

分析 (1) 由已知条件易证△BED≌△CFD,根据全等三角形的性质可得$BE=CF$;(2) 由已知条件可得∠BED=∠CFD=90°,再通过证明△BED≌△CFD可得结论.

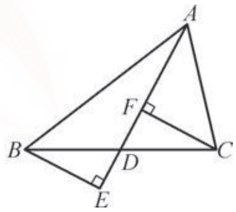


图1-11

证明 (1) ∵ AD是△ABC的中线,

∴ $BD=CD$.

∵ $BE\perp AD$,$CF\perp AD$,

∴ $\angle BED=\angle CFD=90°$.

在△BED和△CFD中,

$$\begin{cases}\angle BDE=\angle CDF,\\ \angle BED=\angle CFD=90°,\\ BD=CD,\end{cases}$$

∴ △BED≌△CFD.

∴ $BE=CF$.

(2) ∵ $BE\perp AD$,$CF\perp AD$,

∴ $\angle BED=\angle CFD=90°$.

在△BED和△CFD中,

$$\begin{cases}\angle BED=\angle CFD=90°,\\ \angle BDE=\angle CDF,\\ BE=CF,\end{cases}$$

∴ △BED≌△CFD.

∴ $BD=CD$,

即AD是△ABC的中线.

说明 两个问题中虽然互换了给出的条件和结论,但是都可以运用“AAS”证明三角形全等.

【活动与评估】

知识与基础

1. 判断题(正确的打“√”,错误的打“×”):

(1) 有两个角分别相等的两个三角形全等; ( )

(2) 有两个角和一条边相等的两个三角形全等； (　　)

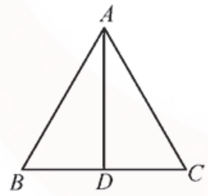
(3) 一个锐角和一条边相等的两个直角三角形全等. (　　)

2. 如图，AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线.

(1) 如果再具备条件________________，就可以根据“SAS”得到 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$；

(2) 如果再具备条件________________，就可以根据“ASA”得到 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$；

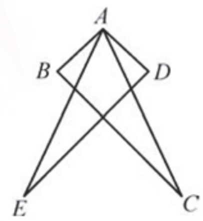
(3) 如果再具备条件________________，就可以根据“AAS”得到 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$.



（第 2 题）

3. 已知：如图，$AB=AD$，$\angle C=\angle E$，且 $\angle BAE=\angle DAC$.

求证：$\triangle ABC \cong \triangle ADE$.

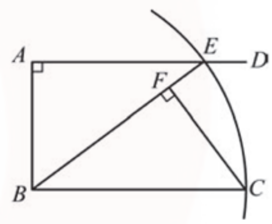


（第 3 题）

应用与延伸

4. 如图，$AD \parallel BC$，$\angle BAD=90^\circ$，以 B 为圆心，BC 长为半径画弧，与射线 AD 相交于点 E，连接 BE，过点 C 作 $CF \perp BE$，垂足为 F. 线段 BF 与图中已有的哪一条线段相等？将猜想出的结论填写在下面的横线上，然后证明.

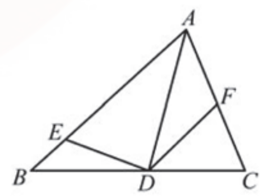
结论：$BF=$________.



（第 4 题）

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，点 E、F 分别在边 AB、AC 上，$\angle AED=\angle CFD$.

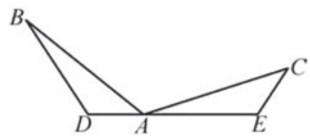
求证：$DE=DF$.



（第 5 题）

探索与研究

6. 已知:如图,$\angle D=\angle BAC=\angle E$,$AB=AC$.试探索 DE、BD、CE 之间的长度关系,并说明结论的正确性.



(第6题)

1.3 探索三角形全等的条件(5)

【问题导引】

三角形中有各种各样的几何量,例如三条边的长度,三个内角的度数,高、中线、角平分线的长度等.如果两个三角形全等,那么它们的这些几何量之间有什么关系?

【例题精讲】

例 如图1-12,$\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$,$AD$、$A'D'$分别是$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$的角平分线.

(1) 求证:$AD=A'D'$;

(2) 把第(1)小题中的结论用文字叙述出来:________________;

(3) 写出一条其他类似的结论:________________.

分析 (1) 由$\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$的对应边、对应角相等得到$\angle B=\angle B'$,$AB=A'B'$,$\angle BAC=\angle B'A'C'$,由角平分线的定义可证得$\angle BAD=\angle B'A'D'$,则根据"ASA"可证$\triangle ABD\cong\triangle A'B'D'$;(2) 根据证得的结论得到:全等三角形的对应角的平分线相等;(3) 类似的结论:全等三角形的对应边上的高(或中线)相等.

证明 (1) ∵ $\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$,

∴ $\angle B=\angle B'$,$AB=A'B'$,$\angle BAC=\angle B'A'C'$.

又∵ AD、$A'D'$分别是$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$的角平分线,

∴ $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC$,$\angle B'A'D'=\frac{1}{2}\angle B'A'C'$.

∴ $\angle BAD=\angle B'A'D'$.

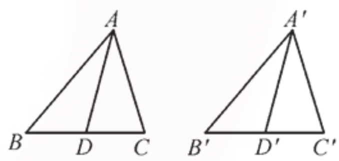


图1-12

在$\triangle ABD$和$\triangle A'B'D'$中,

$$\begin{cases}\angle B=\angle B',\\ AB=A'B',\\ \angle BAD=\angle B'A'D',\end{cases}$$

∴ $\triangle ABD\cong\triangle A'B'D'$(ASA).

∴ $AD=A'D'$.

解 (2) 由(1)中的结论得到:全等三角形的对应角的平分线相等.

(3) 全等三角形的对应边上的高(或中线)相等.

说明 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段或角相等的重要工具. 在判定三角形全等时,关键是选择恰当的判定方法.

【活动与评估】

知识与基础

1. 选择题:

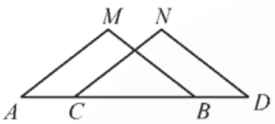
(1) 下列条件中,能判断两个三角形全等的是( ).

A. 两边及其中一边所对的角分别相等　　B. 三个角分别相等

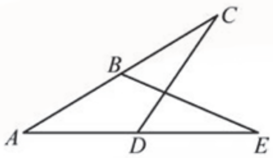
C. 两边和它们的夹角分别相等　　D. 两个三角形面积相等

(2) 如图,$MB=ND$,$\angle MBA=\angle D$,下列添加条件中,不能判定$\triangle ABM\cong\triangle CDN$的是( ).

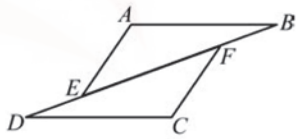
A. $\angle M=\angle N$　　B. $AB=CD$　　C. $AM=CN$　　D. $AM/\!/CN$



(第1(2)题)



(第2(1)题)



(第2(2)题)

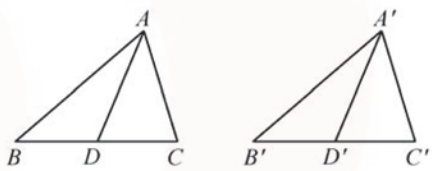
2. 填空题:

(1) 如图,$AD=AB$,$\angle C=\angle E$,$\angle CDE=55^\circ$,则$\angle ABE=$________;

(2) 如图,点D、E、F、B在一条直线上,$AB/\!/CD$,$AE/\!/CF$,且$AE=CF$,已知$BD=10$,$BF=2$,则$EF=$________.

3. 如图,$\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$,点$D$、$D'$分别在边$BC$、$B'C'$上,$BD=B'D'$.

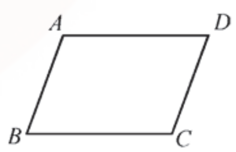
求证:$AD=A'D'$.



(第3题)

4. 已知:如图,$AB=CD$,$AB/\!/CD$.

求证:$AD=BC$.



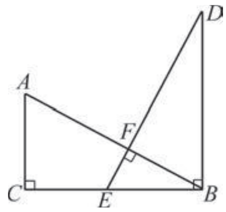
(第4题)

应用与延伸

5. 如图,已知 $AC\perp CB$,$DB\perp CB$,$AB\perp DE$,$AB=DE$,E 是 BC 的中点.

(1) 观察并猜想 BD 与 BC 有何数量关系,证明你的猜想;

(2) 已知 $BD=6$ cm,求 AC 的长.



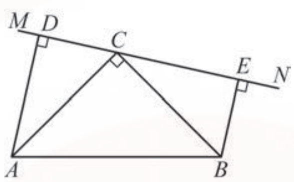
(第5题)

探索与研究

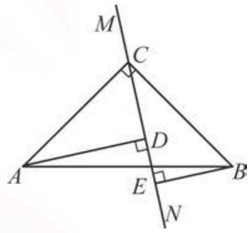
6. 如图,在△ABC 中,$\angle ACB=90°$,$AC=BC$,直线 MN 经过点 C,且 $AD\perp MN$,$BE\perp MN$,垂足分别为 D、E.

(1) 当直线 MN 绕点 C 旋转到图①的位置时,求证:① △ADC≌△CEB;② $DE=AD+BE$.

(2) 当直线 MN 绕点 C 旋转到图②的位置时,(1)中的结论还成立吗?若成立,给出证明;若不成立,说明理由.



①



②

(第6题)

1.3 探索三角形全等的条件(6)

【问题导引】

画△ABC,使 $AB=2$ cm,$BC=3$ cm,$CA=4$ cm. 你画的三角形与其他同学画的三角形全等吗?

【例题精讲】

例 如图1-13,$AD=BC$,$AC=BD$,试说明:$DE=CE$.

分析 先证△ABD≌△BAC,求得$\angle ABD=\angle CAB$,$\angle DAB=\angle CBA$,$\angle D=\angle C$,可得$\angle DAE=\angle CBE$,再证△DAE≌△CBE,可证得结论.

解 在△ADB 和△BCA 中,

$$\begin{cases} AD=BC, \\ BD=AC, \\ AB=BA, \end{cases}$$

∴ △ADB≌△BCA(SSS).

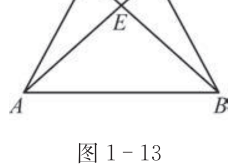


图1-13

∴ $\angle ABD=\angle CAB$，$\angle DAB=\angle CBA$，$\angle D=\angle C$.

∴ $\angle DAB-\angle CAB=\angle CBA-\angle ABD$，

即$\angle DAE=\angle CBE$.

$\triangle DAE$ 和$\triangle CBE$ 中，

$$\begin{cases}\angle D=\angle C,\\ AD=BC,\\ \angle DAE=\angle CBE,\end{cases}$$

∴ $\triangle DAE\cong\triangle CBE$(ASA).

∴ $DE=CE$.

说明 本题证法不唯一.证明三角形全等时，要善于利用公共角或公共边等隐含条件.

【活动与评估】

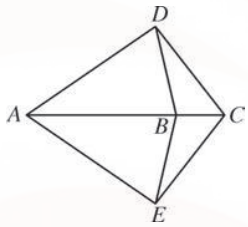
知识与基础

1. 填空题：

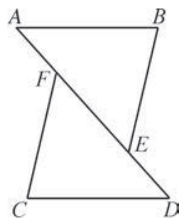
(1) 已知：如图，根据条件$\begin{cases}AD=AE,\\ BD=BE,\\ AB=AB,\end{cases}$

可得____________$\cong$____________；

(2) 已知：如图，$AB=DC$，$BE=CF$，要利用“SSS”得到$\triangle ABE\cong\triangle DCF$，需要增加的一个条件是________________.



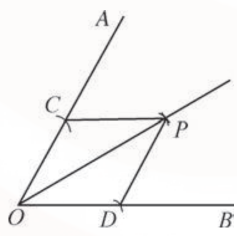
(第 1(1)题)



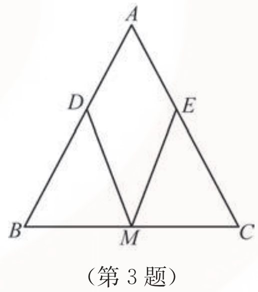
(第 1(2)题)

2. 用直尺和圆规作$\angle AOB$ 的平分线方法如下：如图，以点 O 为圆心，任意长为半径画弧交 OA、OB 于点C、D，再分别以点 C、D 为圆心，大于$\frac{1}{2}CD$ 的长为半径画弧，两弧交于点 P，作射线 OP. 由作法，得 $\triangle OCP\cong\triangle ODP$ 的依据是(　　).

A. SAS　　B. ASA　　C. AAS　　D. SSS



(第 2 题)

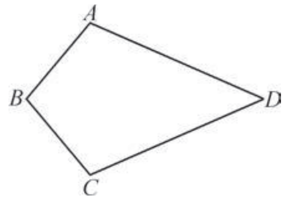


(第 3 题)

3. 如图，在$\triangle ABC$ 中，M 是 BC 的中点，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，$BD=CE$，$MD=ME$.
求证：$\angle B=\angle C$.

4. 已知：如图，$AB=CB$, $AD=CD$

求证：$\angle A=\angle C$



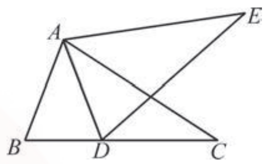
（第4题）

应用与延伸

5. 如图，点 B、D、C 在一条直线上，$AB=AD$，$BC=DE$，$AC=AE$

（1）求证：$\angle EAC=\angle BAD$；

（2）已知 $\angle BAD=42°$，求 $\angle EDC$ 的度数



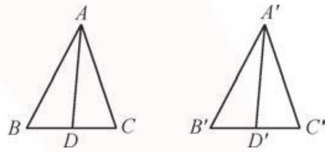
（第5题）

探索与研究

6. 如图，AD、$A'D'$ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的中线，$AB=A'B'$，$BC=B'C'$，$AD=A'D'$

（1）求证：$\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$；

（2）用文字语言叙述第(1)小题的结论



（第6题）

1.3 探索三角形全等的条件(7)

【问题导引】

如图1-14，已知 $\angle AOB$，用直尺和圆规作 $\angle A'O'B'$，使 $\angle A'O'B'=\angle AOB$. 你能说明这样作图的理由吗？

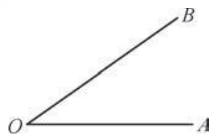


图1-14

【例题精讲】

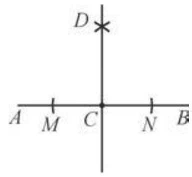


图 1－15

例 用直尺和圆规作图：经过已知直线上一点作这条直线的垂线.

已知：直线 AB 和 AB 上的点 C(图 1－15).

求作：AB 的垂线，使它经过点 C.

分析 可以将$\angle ACB$ 看作平角，过点 C 作 AB 的垂线，即可通过作$\angle ACB$ 的平分线延长得到.

作法 (1) 以点 C 为圆心，适当长为半径作弧，交 CA 于点 M，交 CB 于点 N.

(2) 分别以点 M、N 为圆心，大于$\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧，两弧在直线 AB 的上方相交于点 D.

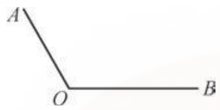
(3) 作直线 CD，直线 CD 就是所求作的垂线.

说明 根据作图过程可知，$CM=CN$，$DM=DN$，又 $DC=DC$，可以得到$\triangle DMC\cong\triangle DNC$(SSS)，从而$\angle DCM=\angle DCN$. 因为$\angle ACB=\angle DCM+\angle DCN=180°$，所以$\angle DCM=\frac{1}{2}\angle ACB=90°$，即 $DC\perp AB$.

【活动与评估】

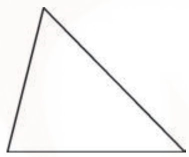
知识与基础

1. 已知：如图，用直尺和圆规作$\angle AOB$ 的平分线. 你能说明这样作图的理由吗?



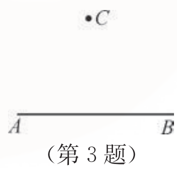
(第 1 题)

2. 作出图中三角形三个角的平分线.



(第 2 题)

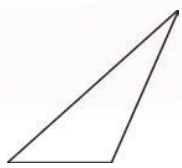
3. 如图，已知直线 AB 和 AB 外一点 C，用直尺和圆规作 AB 的垂线，使它经过点 C. 你能说明这样作图的理由吗?



(第 3 题)

应用与延伸

4. 作出图中三角形的三条高.



(第 4 题)

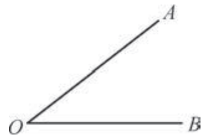
5. 用直尺和圆规作一个 45° 的角.

探索与研究

6. 如图,已知$\angle AOB$.用直尺和圆规作$\angle AOB$的平分线OC.在OC上任取一点P,过点P作出OA、OB的垂线,垂足分别为D、E.

(1) PD与PE相等吗?为什么?

(2) 用文字语言叙述第(1)小题的结论.



(第6题)

1.3 探索三角形全等的条件(8)

【问题导引】

画 Rt$\triangle ABC$,使$\angle C=90^\circ$,$AB=3$ cm,$AC=2$ cm.你画的直角三角形与其他同学画的直角三角形相等吗?为什么?

【例题精讲】

例 如图1-16,E是AB延长线上的一点,$AC\perp BC$,$AD\perp BD$,垂足分别为C、D,$AC=AD$.求证:$\angle CEA=\angle DEA$.

分析 首先利用"HL"证明 Rt$\triangle ABC\cong$Rt$\triangle ABD$,得出$\angle CAB=\angle DAB$,进一步利用"SAS"证$\triangle ACE\cong\triangle ADE$,证得$\angle CEA=\angle DEA$.

证明 $\because$ $AC\perp BC$,$AD\perp BD$,

$\therefore$ $\angle ACB=\angle ADB=90^\circ$.

在 Rt$\triangle ABC$ 和 Rt$\triangle ABD$ 中,

$\begin{cases} AC=AD, \\ AB=AB, \end{cases}$

$\therefore$ Rt$\triangle ABC\cong$Rt$\triangle ABD$(HL).

$\therefore$ $\angle CAB=\angle DAB$.

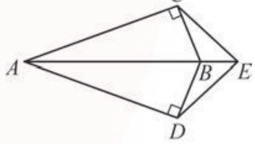


图1-16

在$\triangle ACE$和$\triangle ADE$中,

$\begin{cases} AC=AD, \\ \angle CAE=\angle DAE, \\ AE=AE, \end{cases}$

$\therefore$ $\triangle ACE\cong\triangle ADE$(SAS).

$\therefore$ $\angle CEA=\angle DEA$.

说明 结合图形,根据条件选择恰当的全等三角形的判定方法是解决问题的关键.

【活动与评估】

知识与基础

1. 在下列四组条件中,能判定 Rt△ABC≌Rt△$A'B'C'$(其中∠C=∠C'=90°)的是______(填序号).
① $AC=A'C'$,∠A=∠A';② $AC=A'C'$,$BC=B'C'$;③ ∠A=∠A',∠B=∠B';④ $AC=A'C'$,$AB=A'B'$.

2. 判断题(正确的打"√",错误的打"×"):

(1) 一个锐角及斜边分别相等的两个直角三角形全等; ( )

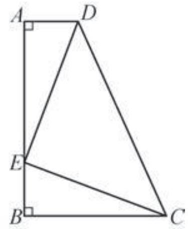
(2) 两条边分别相等的两个直角三角形全等; ( )

(3) 一条直角边和斜边分别相等的两个直角三角形全等. ( )

3. 如图,∠A=∠B=90°,点 E 在 AB 上,$AE=BC$,$DE=CE$.

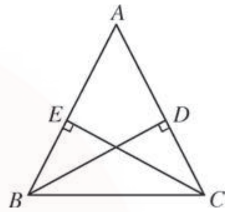
(1) Rt△ADE 与 Rt△BEC 全等吗?说明理由.

(2) △CDE 是直角三角形吗?说明理由.



(第 3 题)

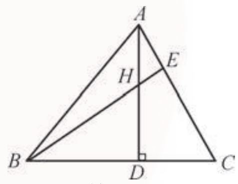
4. 如图,在△ABC 中,BD、CE 分别是边 AC 和 AB 上的高,$BD=CE$.
求证:$BE=CD$.



(第 4 题)

应用与延伸

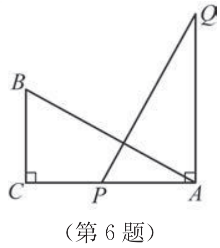
5. 已知:如图,在△ABC 中,$AD \perp BC$,垂足为 D,AD、BE 相交于点 H,且 $BH=AC$,$DH=DC$. BE 与 AC 有怎样的位置关系?证明你的结论.



(第 5 题)

探索与研究

6. 如图,在 Rt△ABC 中,∠C=90°,AC=10 cm,BC=5 cm,$PQ=AB$,P、Q 两点分别在 AC 和过点 A 且垂直于 AC 的射线 AQ 上运动. 点 P 运动到线段 AC 上什么位置时,点 A、B、C 组成的三角形与点 A、P、Q 组成的三角形全等?

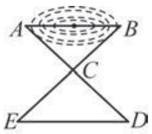


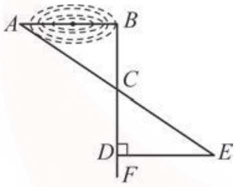
(第 6 题)

小结与思考

【例题精讲】

例1 甲、乙、丙三名学生为了测量一池塘两端 A、B 的距离，分别设计出下列几种方案：





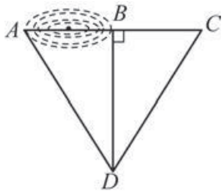


图1－17

甲：如图1－17①，在平地取一个可直接到达 A、B 的点 C，连接 AC、BC，并分别延长 AC 到点 D，延长 BC 到点 E，使 $DC=AC$，$EC=BC$，测出 DE 的长即为 AB 的距离.

乙：如图1－17②，过点 B 作 AB 的垂线 BF，在 BF 上取 C、D 两点，使 $BC=CD$. 过点 D 作 BD 的垂线 DE，交 AC 的延长线于点 E，测出 DE 的长即为 AB 的距离.

丙：如图1－17③，过点 B 作 $BD\perp AB$，由点 D 观测，在 AB 的延长线上取一点 C，使 $\angle BDC=\angle BDA$，测出 BC 的长即为 AB 的距离.

(1) 三名学生设计的方案，可行的有________(填"甲"、"乙"或"丙")；

(2) 选择一种可行的方案，说明可行的理由.

分析 三名学生作出的图形都是全等三角形，根据全等三角形的对应边相等进行测量，所以都是可行的.

解 (1) 甲、乙、丙.

(2) 答案不唯一.

选甲：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中，

$$\begin{cases} AC=DC, \\ \angle ACB=\angle ECD, \\ EC=BC, \end{cases}$$

$\therefore$ $\triangle ABC\cong\triangle DEC$(SAS).

$\therefore$ $AB=ED$.

选乙：$\because$ $AB\perp BD$，$DE\perp BD$，

$\therefore$ $\angle B=\angle CDE=90°$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中，

$$\begin{cases} \angle ABC=\angle EDC, \\ CB=CD, \\ \angle ACB=\angle ECD, \end{cases}$$

$\therefore$ $\triangle ABC\cong\triangle EDC$(ASA).

$\therefore$ $AB=ED$.

选丙：在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 中，

$$\begin{cases} \angle ABD=\angle CBD, \\ BD=BD, \\ \angle ADB=\angle CDB, \end{cases}$$

∴ $\triangle ABD\cong\triangle CBD$(ASA).

∴ $AB=BC$.

例 2 阅读并回答问题：

如图 1－18①，在$\triangle ABC$中，AD为中线，延长AD到点E，使$DE=AD$. 在$\triangle ABD$和$\triangle ECD$中，$AD=DE$，$\angle ADB=\angle EDC$，$BD=CD$，所以$\triangle ABD\cong\triangle ECD$(SAS)，进一步可得$AB=EC$、$AB/\!/CE$等结论.

已知三角形的中线时，我们常用“倍长中线”的方法构造全等三角形，解决相关的计算或证明.

解决问题：如图 1－18②，在$\triangle ABC$中，AD是三角形的中线，点F在中线AD上，且$BF=AC$，连接并延长BF交AC于点E.

求证：$\angle AFE=\angle CAF$.

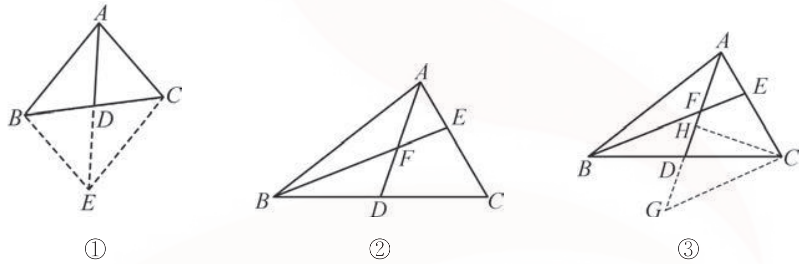


图 1－18

分析 利用“倍长中线”的方法构造$\triangle CDG\cong\triangle BDF$，根据全等三角形的性质得出$BF=CG$，$\angle BFD=\angle G$，进而推出$\angle AFE=\angle CAF$.

证明 如图 1－18③，延长AD到点G，使$DF=DG$，连接CG. 取AG的中点H，连接CH.

∵ AD是中线，

∴ $BD=DC$.

在$\triangle BDF$和$\triangle CDG$中，

$$\begin{cases}BD=DC,\\ \angle BDF=\angle CDG,\\ DF=DG,\end{cases}$$

∴ $\triangle BDF\cong\triangle CDG$(SAS).

∴ $BF=CG$，$\angle BFD=\angle G$.

∵ $\angle AFE=\angle BFD$，

∴ $\angle AFE=\angle G$.

∵ $BF=CG$，$BF=AC$，

∴ $CG=AC$.

∵ H是AG的中点，

∴ $AH=GH$.

在$\triangle AHC$和$\triangle GHC$中，

$$\begin{cases}AC=GC,\\ CH=CH,\\ AH=GH,\end{cases}$$

∴ $\triangle AHC\cong\triangle GHC$(SSS).

∴ $\angle G=\angle CAH$.

∴ $\angle AFE=\angle CAF$.

说明 “倍长中线”是常用的构造三角形全等的方法.

【活动与评估】

知识与基础

1. 填空题：

(1) 如图，$CE \perp AB$，$DF \perp AB$，垂足分别为 E、F，

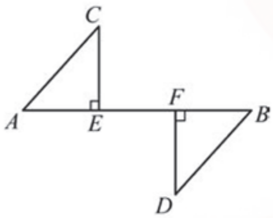
① 已知 $AC /\!/ DB$，且 $AC=DB$，则 $\triangle ACE \cong \triangle BDF$，根据________________________；

② 已知 $AC /\!/ DB$，且 $AE=BF$，则 $\triangle ACE \cong \triangle BDF$，根据________________________；

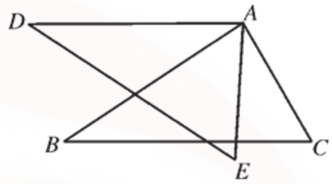
③ 已知 $AE=BF$，且 $CE=DF$，则 $\triangle ACE \cong \triangle BDF$，根据________；

④ 已知 $AC=BD$，$AE=BF$，$CE=DF$，则 $\triangle ACE \cong \triangle BDF$，根据________；

⑤ 已知 $AC=BD$，$CE=DF$（或 $AE=BF$），则 $\triangle ACE \cong \triangle BDF$，根据________.



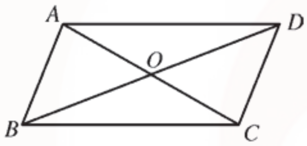
（第 1(1)题）



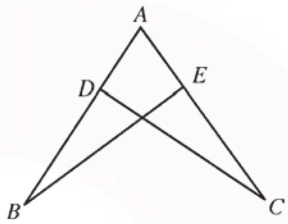
（第 1(2)题）

(2) 如图，$\triangle ABC \cong \triangle ADE$，$\angle E=60^\circ$，$AB=3$ cm，则 $AD=$________cm，$\angle C=$________°.

(3) 已知：如图，AC、BD 相交于点 O，$AB=CD$，$AO=CO$，$BO=DO$，可得 $\triangle$________ $\cong \triangle$________，由 $AD=BC$，$AO=CO$，$DO=BO$，可得 $\triangle$________ $\cong \triangle$________.



（第 1(3)题）



（第 1(4)题）

(4) 如图，$AB=AC$，为了得到 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$，可以添加一个条件：________________.

2. 选择题：

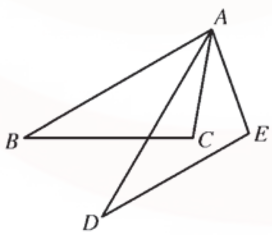
(1) 下列说法中，正确的是（　　）.

A. 周长相等的两个锐角三角形全等　　B. 周长相等的两个直角三角形全等

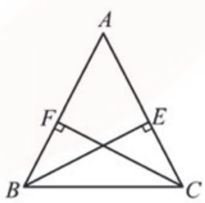
C. 周长相等的两个等腰三角形全等　　D. 周长相等的两个等边三角形全等

(2) 如图，$\triangle ABC \cong \triangle ADE$，$\angle B=30^\circ$，$\angle E=100^\circ$，$\angle CAD=20^\circ$，则 $\angle BAD$ 等于（　　）.

A. 20°　　B. 25°　　C. 30°　　D. 50°



（第 2(2)题）



（第 2(3)题）

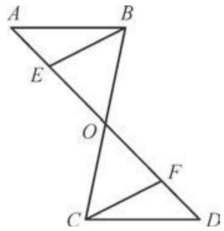
(3) 如图，$BE \perp AC$，$CF \perp AB$，垂足分别为 E、F，$BE=CF$，则图中全等三角形有（　　）.

A. 1 对　　B. 2 对　　C. 3 对　　D. 4 对

3. 已知：如图，$AB/\!/CD$，O 是 BC 的中点，$BE/\!/CF$，BE、CF 分别交 AD 于点 E、F.

（1）求证：$BE=CF$；

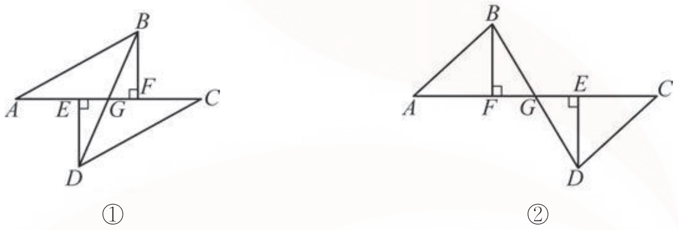
（2）图中共有几组全等三角形？请把它们直接表示出来.



（第 3 题）

应用与延伸

4. 如图①，点 A、E、F、C 在一条直线上，$AE=CF$，过点 E、F 分别作 $DE\perp AC$，$BF\perp AC$，$AB=CD$.



（第 4 题）

（1）图①中有________对全等三角形，把它们写出来________________________________.

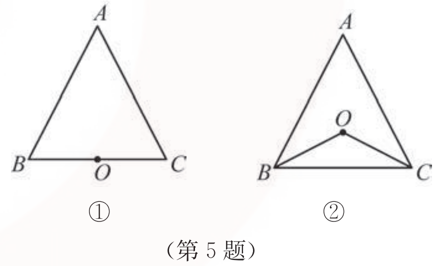
（2）求证：BD 与 EF 互相平分于点 G.

（3）将 $\triangle ABF$ 的边 AF 沿 GA 方向移动变为图②时，其余条件不变，第（2）小题中的结论是否成立？如果成立，请证明.

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知点 O 到边 AB、AC 的距离分别是 OD、OE，且 $OD=OE$，$OB=OC$.

（1）如图①，若点 O 在边 BC 上，补全图形并证明 $AB=AC$；

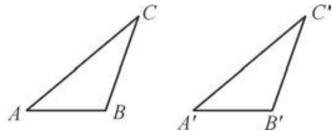
（2）如图②，若点 O 在 $\triangle ABC$ 的内部，补全图形并证明 $AB=AC$.



（第 5 题）

探索与研究

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中，$AC=A'C'$，$BC=B'C'$，$\angle B=\angle B'$，且 $\angle B$、$\angle B'$ 都是钝角.
求证：$\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$.



（第 6 题）

第 2 章 轴对称图形

2.1 轴对称与轴对称图形

【问题导引】

观察下面每对图形(如图 2－1),你能发现它们的共同特征吗?你能再举出一些类似的例子吗?

图 2－1

【例题精讲】

例 1 图 2－2 中的 4 幅图案是通过剪纸得到的,观察这些图案,想一想,再动手折一折,你能发现这些图案有什么共同的特点?还能举出你身边具有相同特点的例子来吗?

图 2－2

解 通过观察、折叠容易发现,这些图形都有一个共同的特征:把一个图形沿着一条直线折叠,直线两旁的部分能够互相重合.在我们生活中具有这样特征的图形还有很多,如图 2－3 中的路标、银行的标志图案等.

图 2－3

例 2 如图 2－4,把一张长方形纸片先对折,再沿折痕和对角线剪开,得到 4 个全等的三角形并按图示放置.

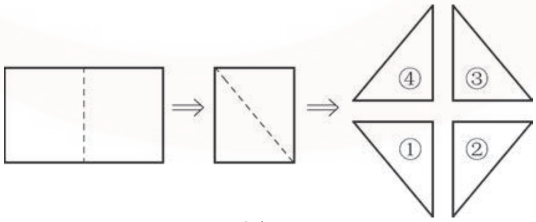


图 2－4

(1) 与三角形①成轴对称的是哪些三角形?

(2) 整个图形是轴对称图形吗? 有几条对称轴?

分析 图 2 - 4 中的 4 个三角形是全等的三角形,只要把三角形①沿某一直线对折,看它能与哪些三角形重合,即能做出正确的判断.

解 (1) 三角形①分别与三角形②④成轴对称;

(2) 整个图形是轴对称图形,有两条对称轴.

说明 三角形①与三角形③不是轴对称图形,因为折叠后三角形①不能确保与三角形③重合.

【活动与评估】

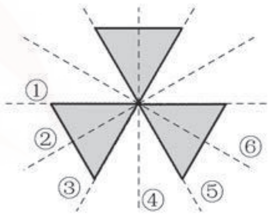
知识与基础

1. 填空题:

(1) 在汉字中,“中”可以近似地看成是一个轴对称图形,这样的汉字还有很多,请再举出 4 个: ________, ________, ________, ________;

(2) 长方形有________条对称轴,等边三角形有________条对称轴;

(3) 如图,图形上有一些虚线,虚线是对称轴的有________(填写序号).



(第 1(3)题)

2. 选择题:

(1) 下列黑体英文字母中,是轴对称图形的是( ).

Z　　**F**　　**I**　　**L**

A.　　B.　　C.　　D.

(2) 下列图形中,不一定是轴对称图形的是( ).

A. 线段　　B. 角　　C. 等腰三角形　　D. 直角三角形

(3) 下列轴对称图形中,只有两条对称轴的是( ).

A.　　B.　　C.　　D.

(4) 下列轴对称图形中,对称轴条数最少的是( ).

A. 等边三角形　　B. 正方形　　C. 正六边形　　D. 圆

3. 如图,从图形的对称性考虑,哪一个与其他 3 个不同? 请指出这个图形,并简述你的理由.

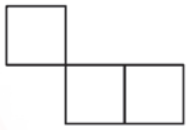
A.　　B.　　C.　　D.

(第 3 题)

答: 图形________与其他 3 个不同,理由是________________________________.

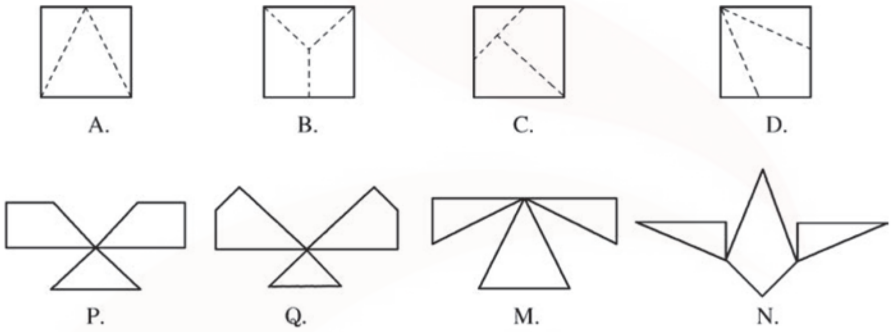
应用与延伸

4. 如图是由 3 个小正方形组成的图形,请你在图中补画 1 个小正方形,使补画后的图形为轴对称图形.



(第 4 题)

5. 如图,将标号为 A、B、C、D 的正方形沿图中的虚线剪开后可拼成标号为 P、Q、M、N 的 4 组图形,试按照"哪个正方形剪开后得到哪组图形"的对应关系来连线.



(第 5 题)

2.2 轴对称的性质(1)

【问题导引】

成轴对称的两个图形全等吗?如果把一个轴对称图形沿对称轴分成两个图形,那么这两个图形全等吗?这两个图形对称吗?

【例题精讲】

例 如图 2-5,$\triangle ABC$ 与$\triangle A'B'C'$关于直线 MN 对称,点 A'、B'、C'分别是点 A、B、C 的对称点,连接 AA'、BB'、CC'. 你有什么发现?

解 在图 2-5 中,点 A、A'是对称点,设 AA'交对称轴 MN 于点 P,将$\triangle ABC$ 或$\triangle A'B'C'$沿 MN 折叠后,点 A 与点 A'重合,于是有 $AP=A'P$,$\angle MPA=\angle MPA'=90°$.

说明 对于其他的对应点,如点 B 与点 B'、点 C 与点 C'也有类似的情况. 因此,对称轴经过对称点所连线段的中点,并且垂直于这条线段.

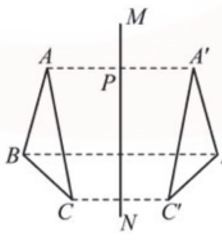


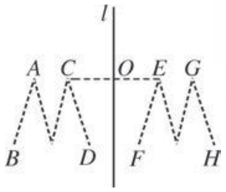
图 2-5

【活动与评估】

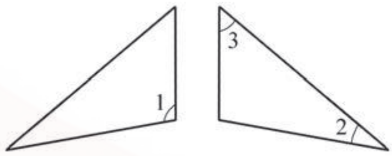
知识与基础

1. 填空题

(1) 如图,用针扎一张对折后的纸,得到成轴对称的两个图形,AB 的对应线段是________,$\angle A$ 的对应角是________;



(第 1(1)题)

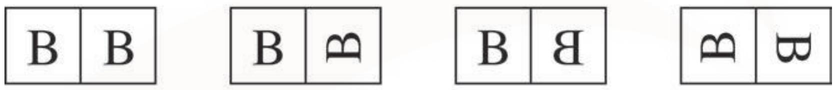


(第 1(2)题)

(2) 如图,两个三角形关于某条直线对称,$\angle 1=100°$,$\angle 2=30°$,则$\angle 3=$________°.

2. 选择题

(1) 把一张长方形纸片对折,用针在上面扎出“B”,再把它铺平,可得到(   ).



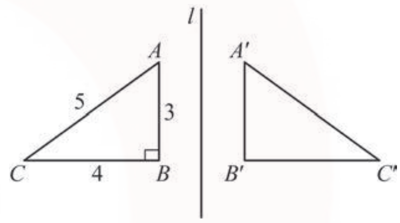
A.　　　B.　　　C.　　　D.

(2) 下列图形中,仅有 2 条对称轴的是(   ).

A. 等边三角形　　　B. 圆　　　C. 长方形　　　D. 正方形

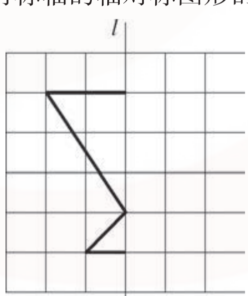
应用与延伸

3. 如图,$\triangle ABC$ 与$\triangle A'B'C'$关于直线 l 对称,根据图中的条件,求$\angle A'B'C'$的度数和$\triangle A'B'C'$的周长.



(第 3 题)

4. 如图,方格中只画出了以直线 l 为对称轴的轴对称图形的一半,请把另一半图形补画出来.



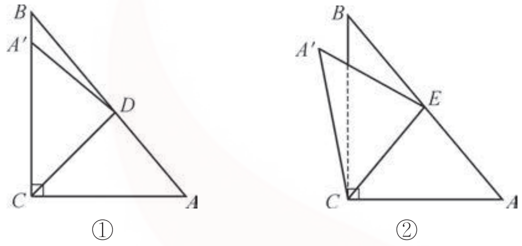
(第 4 题)

探索与研究

5. 有一张直角三角形纸片 ABC，$\angle ACB=90°$，$\angle A=50°$.

(1) 如图①，将其沿$\angle ACB$的平分线CD折叠，点A落在点A'处，求$\angle A'DB$的度数；

(2) 如图②，将其沿边AB上的中线CE折叠，点A落在点A'处，则$\angle A'EB$的度数为________.



(第5题)

2.2 轴对称的性质(2)

【问题导引】

在轴对称图形中，对应点所连接的线段与对称轴有什么关系？对应线段有什么关系？对应角有什么关系？在两个成轴对称的图形中呢？

【例题精讲】

例 如图2-6，已知四边形$ABCD$和直线l，画出与四边形$ABCD$关于直线l对称的图形.

分析 一个四边形是由4个顶点的位置来确定的，只要分别作出这4个顶点关于直线l的对称点，连接这些对称点，就能得到所要作的对称四边形.

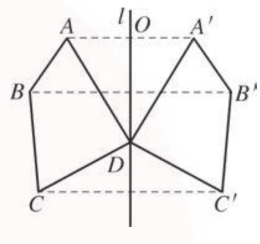


图2-6

解 (1) 过点A作直线l的垂线，垂足为O，在垂线上截取$OA'=OA$，点A'就是点A关于直线l的对称点；

(2) 用同样的方法作出点B、C关于直线l的对称点B'、C'；

(3) 点D关于直线l的对称点就是点D；

(4) 连接$A'B'$、$B'C'$、$C'D$、DA'，得到的四边形$A'B'C'D$就是所要作的图形.

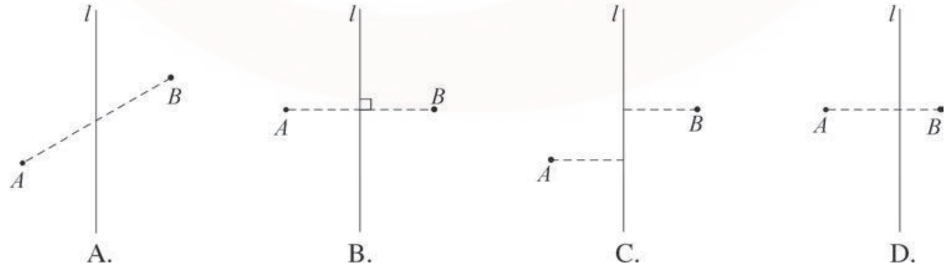
说明 对于一些由直线、射线、线段组成的图形，只要作出图形中的一些特殊点(如线段的端点)的对称点，再连接这些对称点，就可以得到原图形的轴对称图形.

【活动与评估】

知识与基础

1. 选择题：

(1) 下列图形中，点A与点B关于直线l成轴对称的是( ).



(2) 观察下列 4 组图形,其中关于直线 l 成轴对称的是(　　).

A.　　B.　　C.　　D.

应用与延伸

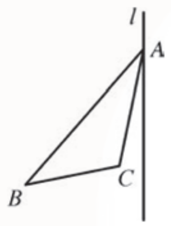
2. 如图,已知线段 AB 和直线 l.

(1) 试画出线段 AB 关于直线 l 对称的线段 $A'B'$(只画出图形,不写画法);

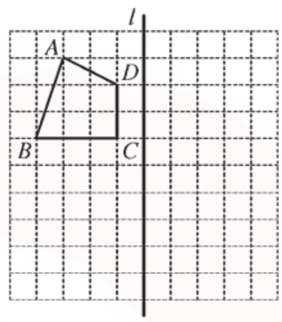
(2) 判断 AA'、BB'的位置关系.

(第 2 题)

3. 如图,画出$\triangle ABC$ 关于直线 l 对称的$\triangle A'B'C'$.



(第 3 题)

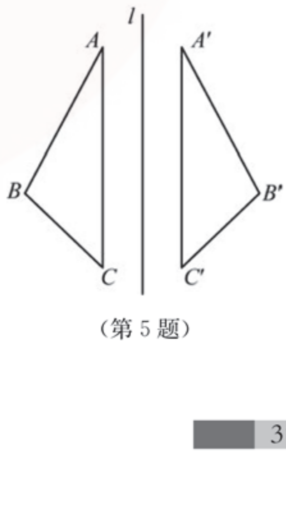


(第 4 题)

4. 如图,在方格纸中(每个小方格是边长均等的正方形)画出四边形$ABCD$关于直线 l 对称的四边形 $A'B'C'D'$.

探索与研究

5. 如图,$\triangle ABC$ 与$\triangle A'B'C'$关于直线 l 对称,对应线段 AB 和 $A'B'$所在的直线相交吗?另外两组对应线段所在的直线相交吗?如果相交,交点与对称轴 l 有什么关系?如果不相交,这组对应线段所在的直线与对称轴 l 有什么关系?观察几个成轴对称的图形,你能发现什么规律?

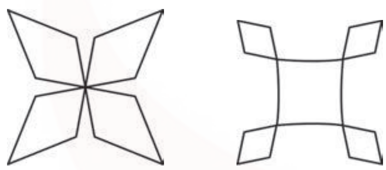


(第 5 题)

2.3 设计轴对称图案

【问题导引】

图2-7是两个轴对称图形，它们各有多少条对称轴？可以利用轴对称画出这两个轴对称图形吗？



① ②

图2-7

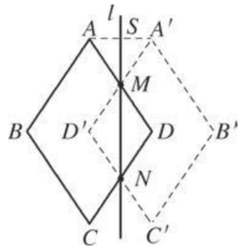


图2-8

【例题精讲】

例 已知：如图2-8，两个菱形关于直线 l 成轴对称，现在图中只画出一个菱形 $ABCD$ 和对称轴 l，请画出另一个菱形，并说明在完成的过程中要注意什么.

解 (1) 过点 A 画对称轴 l 的垂线，垂足为 S，延长 AS 到点 A'，使 $SA'=SA$；

(2) 同理可画出点 B、C、D 关于对称轴 l 的对称点 B'、C'、D'；

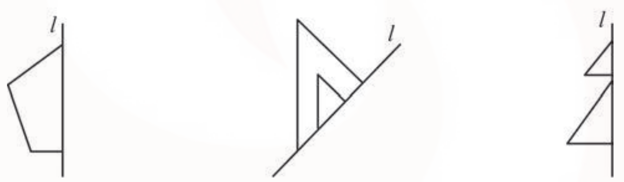
(3) 依次连接点 A'、B'、C'、D'，得到菱形 $A'B'C'D'$，菱形$A'B'C'D'$就是所要补画的图形.

说明 (1) 找准关键点(图2-8有 A、B、C、D 共4个关键点)，只要画出这4个关键点关于对称轴 l 的对称点 A'、B'、C'、D'，所要画的菱形 $A'B'C'D'$就可以顺利画出来；(2) 画图要准确，特别是关键部位，如 AD 与 $A'D'$的交点、CD 与 $C'D'$的交点应画在对称轴 l 上；(3) 点 D 关于对称轴 l 的对称点 D'在对称轴的左侧.

【活动与评估】

知识与基础

1. 如图，将各图形补成关于直线 l 对称的图形.



(第1题)

2. 仔细观察下列图案，并按此规律在横线上画出合适的图形.

(第2题)

应用与延伸

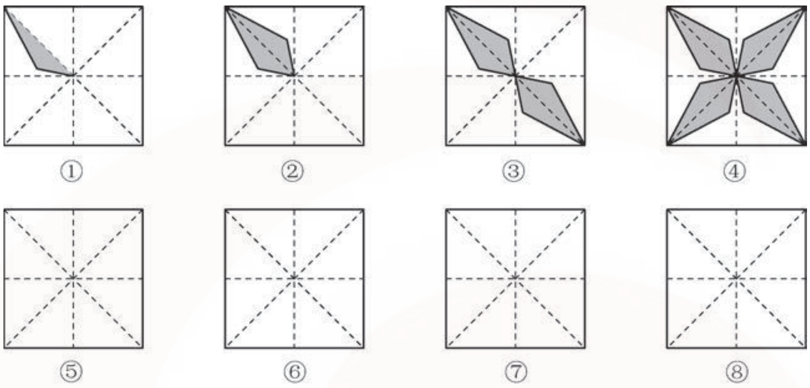
3. 请用2个等边三角形、4条线段设计一个轴对称图案.

4. 如图是 3×3 的正方形网格.现将其中的 2 个小正方形涂成阴影,请你用两种不同的方法分别在图中将 2 个空白的小正方形涂成阴影,使阴影部分成为轴对称图形.

(第 4 题)

探索与研究

5. 仿照图①～④给出的步骤,利用图⑤～⑧设计一个轴对称图案.



(第 5 题)

2.4 线段、角的轴对称性(1)

【问题导引】

如图 2-9,直线 l 垂直平分线段 AB,P_1、P_2、P_3…是 l 上的点,分别量一量点 P_1、P_2、P_3…到点 A、B 的距离,有什么发现?

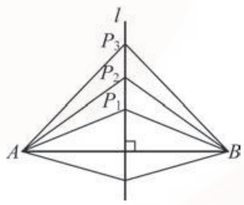


图 2-9

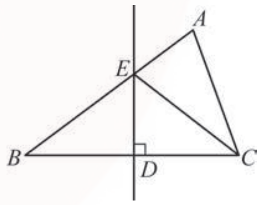


图 2-10

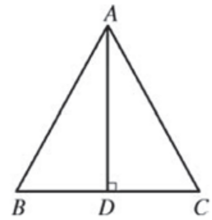
【例题精讲】

例 如图 2-10,在△ABC 中,$BC=8$,边 BC 的垂直平分线分别与 AB、BC 相交于点 E、D,$BE=5$.求△BCE 的周长.

解 因为 DE 是线段 BC 的垂直平分线,所以 $BE=CE=5$,△BCE 的周长$=BE+CE+BC=5+5+8=18$.

【活动与评估】

知识与基础



（第1(2)题）

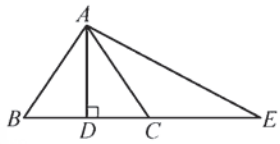
1. 填空题：

（1）线段的垂直平分线上的点到________________的距离相等；

（2）如图，在$\triangle ABC$中，$AD\perp BC$，$BD=CD$，$AB=5$ cm，$AC=$______cm.

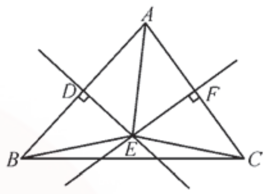
应用与延伸

2. 如图，点B、C、E在边BE上，$AD\perp BC$，$BD=DC$，点C在AE的垂直平分线上，AB、AC、CE的长度有什么关系？$AB+BD$与DE有什么关系？



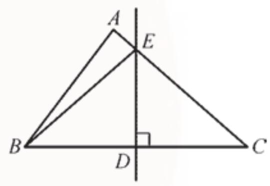
（第2题）

3. 如图，在$\triangle ABC$中，DE、EF分别是AB、AC的垂直平分线，$AE=3$ cm，$BC=5$ cm，求$\triangle BEC$的周长.



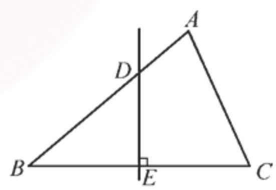
（第3题）

4. 已知：如图，在$\triangle ABC$中，$AB<AC$，边BC的垂直平分线DE与BC相交于点D，与AC相交于点E，$AC=8$ cm，$\triangle ABE$的周长是14 cm. 求AB的长.



（第4题）

5. 已知：如图，在$\triangle ABC$中，边BC的垂直平分线DE分别与边AB、BC交于点D、E.
求证：$AB>AC$.



（第5题）

探索与研究

6. 如图,已知点 C、D 与点 A、B 在同一平面内,且 $AC=AD=2$ cm,$BC=BD=1$ cm. 请借助刻度尺和圆规确定线段 CD,并判断直线 AB 与线段 CD 的关系.

(第 6 题)

2.4 线段、角的轴对称性(2)

【问题导引】

如图 2-11,直线 $l \perp AB$,垂足为 C,$AC=CB$,点 P 在直线 l 上,则 $PA=PB$. 反过来,如果 $PA=PB$,那么点 P 是否在线段 AB 的垂直平分线上?

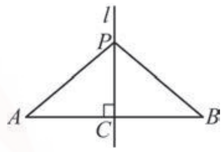


图 2-11

【例题精讲】

例 已知:如图 2-12,在$\triangle ABC$ 中,$AB=AC$,O 是$\triangle ABC$ 内一点,且 $OB=OC$.

求证:直线 AO 垂直平分线段 BC.

证明 $\because AB=AC$,

$\therefore$ 点 A 在线段 BC 的垂直平分线上(到一条线段两个端点距离相等的点,在这条线段的垂直平分线上).

同理,点 O 在线段 BC 的垂直平分线上.

$\therefore$ 直线 AO 是线段 BC 的垂直平分线(两点确定一条直线).

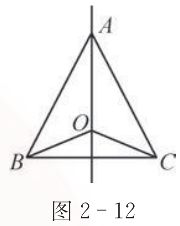


图 2-12

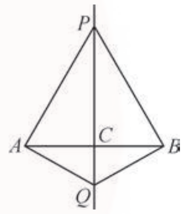
【活动与评估】

知识与基础

1. 填空题:

(1) 到线段两端点距离相等的点在________上;

(2) 如图,$AB=a$,$PA=PB$,$QA=QB$,连接 P、Q 交 AB 于点 C,则 $AC=$________.

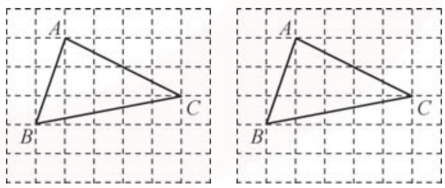


(第 1(2)题)

应用与延伸

2. 如图,已知直线 l 和 A、B 两点,用直尺和圆规在直线 l 上找一点 P,使$PA=PB$.

(第 2 题)

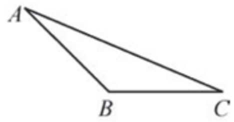


$EF \perp AC$　　EF 垂直平分 AB

(第 3 题)

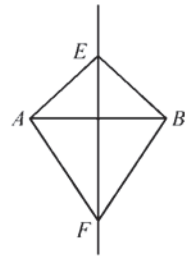
3. 如图,在 7×6 的方格中,$\triangle ABC$ 的顶点均在格点上. 试按要求画出线段 EF(E、F 均为格点),各画出一条即可.

4. 如图,在△ABC 中,分别画出线段 AB、BC 的垂直平分线 l_1、l_2,并相交于点 O.
求证:点 O 在 AC 的垂直平分线上.



(第4题)

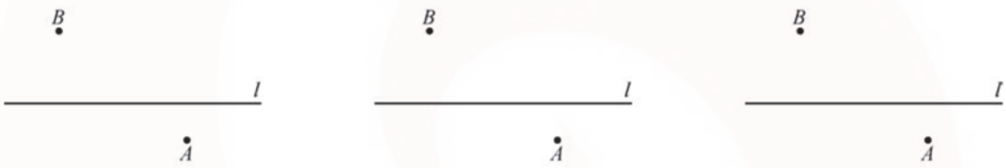
5. 已知:如图,E、F 是线段 AB 外的点,且 $EA=EB$,$FA=FB$.
求证:直线 EF 垂直平分线段 AB.



(第5题)

探索与研究

6. 如图,已知直线 l 及在其两侧的点 A、B.
(1) 在直线 l 上求作一点 O,使点 O 到 A、B 两点的距离之和最短;
(2) 在直线 l 上求作一点 P,使 $PA=PB$;
(3) 在直线 l 上求作一点 Q,使 l 平分∠AQB.



① ② ③
(第6题)

2.4 线段、角的轴对称性(3)

【问题导引】

如图 2-13,任意作∠AOB,作出∠AOB 的平分线 OC,在 OC 上任取一点 P,过点 P 作出 OA、OB 的垂线,垂足分别为 D、E,测量 PD、PE 并作比较,你得到什么结论?在 OC 上再取几个点试一试.

通过以上测量,你发现了角平分线的什么性质?

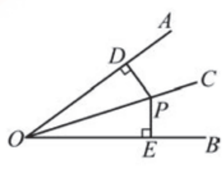


图 2-13

【例题精讲】

例 如图 2-14,在$\triangle ABC$中,AD是角平分线,$BD=CD$,$DE\perp AB$,$DF\perp AC$,垂足分别为E、F.

求证:$EB=FC$.

证明 ∵ AD平分$\angle BAC$,

∴ $\angle 1=\angle 2$.

∵ $\angle 1=\angle 2$,$DE\perp AB$,$DF\perp AC$,

∴ $DE=DF$(角平分线上的点到角两边的距离相等).

在 $\mathrm{Rt}\triangle DEB$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle DFC$ 中,

$$\begin{cases} DE=DF, \\ BD=CD, \end{cases}$$

∴ $\mathrm{Rt}\triangle DEB\cong\mathrm{Rt}\triangle DFC$(HL).

∴ $EB=FC$.

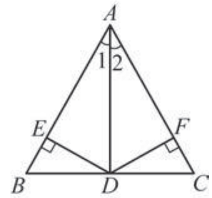


图 2-14

【活动与评估】

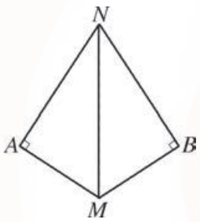
知识与基础

1. 填空题:

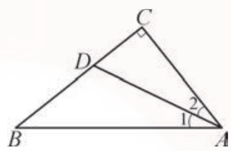
(1) 角平分线上的点到________距离相等;

(2) 如图,如果点M在$\angle ANB$的平分线上,$AM\perp AN$,$BM\perp BN$,那么$AM=$________;

(3) 如图,$\angle C=90°$,$\angle 1=\angle 2$,已知$BC=10$,$BD=6$,则点D到AB的距离为________.



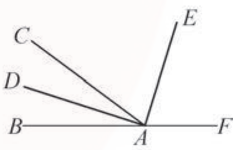
(第 1(2)题)



(第 1(3)题)

应用与延伸

2. 如图,AD、AE分别是$\angle BAC$和$\angle CAF$的平分线,它们有什么位置关系?说明理由.

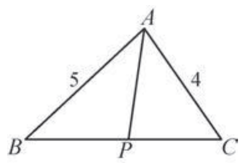


(第 2 题)

3. 如图,在$\triangle ABC$中,$AB=5$,$AC=4$,$BC=6$,AP平分$\angle BAC$并交BC于点P.

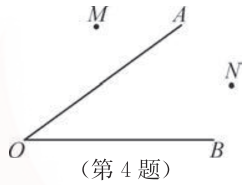
(1) 求$S_{\triangle ABP}$与$S_{\triangle ACP}$的比值;

(2) 求BP的长.



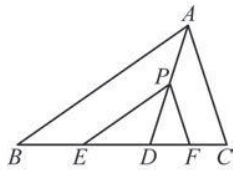
(第 3 题)

4. 如图,已知$\angle AOB$,点M、N.求作点P,使点P在$\angle AOB$的平分线上,且$PM=PN$(要求:用直尺和圆规作图,保留作图痕迹,不写作法).



(第4题)

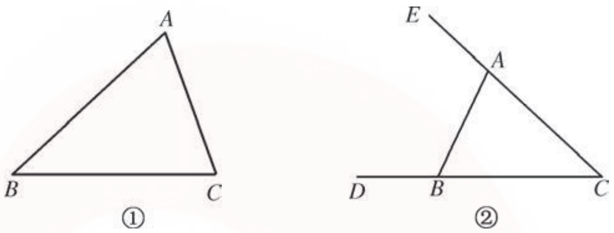
5. 如图,在$\triangle ABC$中,AD是角平分线,点P在AD上,$PE/\!/AB$,交BC于点E,$PF/\!/AC$,交BC于点F.
求证:点D到PE和PF的距离相等.



(第5题)

探索与研究

6. (1) 如图①,在$\triangle ABC$中,作$\angle A$、$\angle B$的平分线,设交点为O,点O在$\angle C$的平分线上吗? 试说明你的猜想. 你有什么新的发现?



(第6题)

(2) 如图②,作$\angle BAE$、$\angle ABD$的平分线,设交点为O,点O在$\angle C$的平分线上吗? 试说明你的猜想. 你又有什么新的发现?

2.4 线段、角的轴对称性(4)

【问题导引】

如图2-15,电信部门要在S区修建一座信号发射塔.按照设计要求,发射塔到两个城镇A、B的距离必须相等,到两条高速公路m和n的距离也必须相等,该发射塔应修建在什么位置? 在图上标出它的位置.

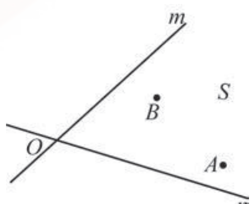


图2-15

【例题精讲】

例　如图 2－16，AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，DE、DF 分别是 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的高. 直线 AD 是线段 EF 的垂直平分线吗？为什么？

分析　要说明直线 AD 是线段 EF 的垂直平分线，只要能找到 AD 上有两个点在线段 EF 的垂直平分线上就可以解决. 显然 $DE=DF$，点 D 在线段 EF 的垂直平分线上，由 $\triangle AED\cong\triangle AFD$，也能得到 $AE=AF$，因此点 A 也在线段 EF 的垂直平分线上.

解　$\because$ AD 平分 $\angle BAC$，$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，

$\therefore$ $DE=DF$(角平分线上的点到角两边的距离相等).

$\therefore$ 点 D 在线段 EF 的垂直平分线上.

又 $\because$ $\angle EAD=\angle FAD$，$AD=AD$，$\angle AED=\angle AFD=90^\circ$，

$\therefore$ $\triangle AED\cong\triangle AFD$(AAS).

$\therefore$ $AE=AF$.

$\therefore$ 点 A 也在线段 EF 的垂直平分线上.

$\therefore$ 直线 AD 是线段 EF 的垂直平分线.

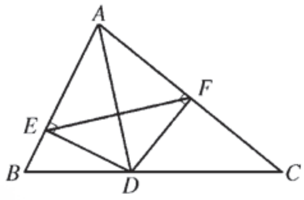


图 2－16

【活动与评估】

知识与基础

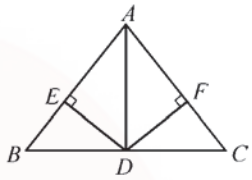
1. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，垂足分别为 E、F. 判断下列结论是否正确(正确的打“√”，错误的打“×”)：

(1) $DE=DF$；　(　　)

(2) $BD=CD$；　(　　)

(3) AD 上任一点到 AB、AC 的距离相等；　(　　)

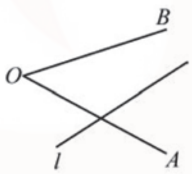
(4) AD 上任一点到点 B、C 的距离相等.　(　　)



(第 1 题)

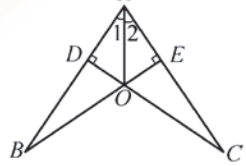
应用与延伸

2. 如图，用直尺和圆规在直线 l 上找一点 P，使得点 P 到 $\angle AOB$ 的两边 OA、OB 的距离相等.



(第 2 题)

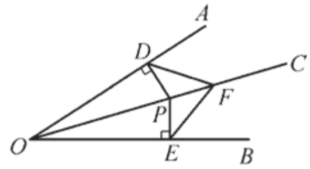
3. 如图，$CD\perp AB$，$BE\perp AC$，垂足分别为 D、E，BE、CD 相交于点 O，$OB=OC$.
求证：$\angle 1=\angle 2$.



(第 3 题)

4. 如图，OC 是 $\angle AOB$ 的平分线，P 是 OC 上的一点，$PD\perp OA$，$PE\perp OB$，垂足分别为 D、E. F 是 OC 上的另一点，连接 DF、EF.

求证：$DF=EF$.

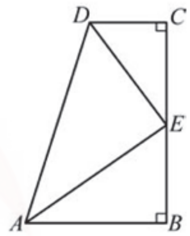


（第4题）

探索与研究

5. 如图，$\angle B=\angle C=90°$，E 是 BC 的中点，DE 平分 $\angle ADC$.

求证：AE 是 $\angle DAB$ 的平分线.



（第5题）

2.5 等腰三角形的轴对称性(1)

【问题导引】

如图2－17，把一张长方形纸片对折后任意剪下一个角，剪下来的是一个什么图形？为什么？

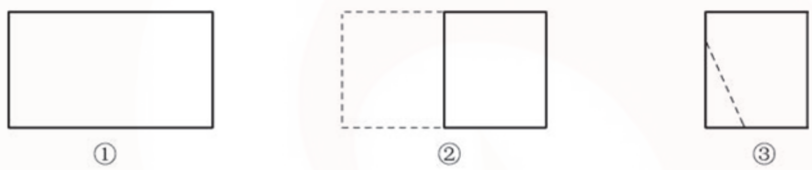


图2－17

【例题精讲】

例1 等腰三角形的周长为20，其中一条边长为6，求另外两条边的长.

分析 等腰三角形的一条边长为6，这条边长可能是腰，也可能是底，因此要分类讨论.

解 (1) 当已知长为6的边为腰时，另一腰长也为6，则底边长为 $20-6-6=8$；

(2) 当已知长为6的边为底边时，腰长为 $\frac{1}{2}\times(20-6)=7$.

所以这个等腰三角形另外两条边的长分别为6、8或7、7.

说明 已知等腰三角形的一个角的度数，求另外两个角的度数，或已知等腰三角形的一条边长，求另外两条边的长，一般都要分类讨论. 另外，要注意两条较小边长度的和大于最大边的长.

例2 如图2－18，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，点 D 在边 AC 上，$BD=BC=AD$. 求 $\triangle ABC$ 的各角度数.

解 $\because AB=AC,BD=BC=AD$，

$\therefore \angle ABC=\angle C=\angle BDC,\angle A=\angle ABD$(等边对等角).

设 $\angle A=x$，则

$\angle BDC=\angle A+\angle ABD=2x$，
从而
$\angle ABC=\angle C=\angle BDC=2x$.
于是在$\triangle ABC$中，有
$\angle A+\angle ABC+\angle C=x+2x+2x=180°$，
解得 $x=36°$.
∴ 在$\triangle ABC$中，$\angle A=36°$，$\angle ABC=\angle C=72°$.

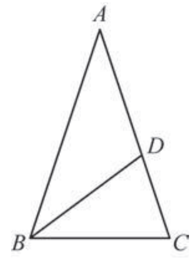


图 2 - 18

【活动与评估】

知识与基础

1. 选择题：

（1）下列长度的 3 条线段，能组成等腰三角形的是(　　).

A. 2 cm，2 cm，4 cm　　B. 3 cm，4 cm，6 cm

C. 3 cm，3 cm，8 cm　　D. 4 cm，4 cm，5 cm

（2）在下列图形中，不一定是轴对称图形的是(　　).

A. 等腰三角形　　B. 等腰直角三角形

C. 角　　D. 直角三角形

（3）已知一个等腰三角形的两边长分别是 2 cm、4 cm，则这个等腰三角形的周长是(　　).

A. 6 cm　　B. 8 cm

C. 10 cm　　D. 8 cm 或 10 cm

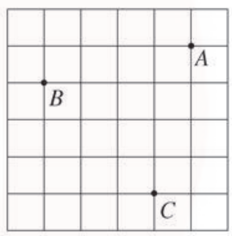
2. 填空题：

（1）在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle B=80°$，$\angle C=$________°，$\angle A=$________°；

（2）等腰三角形的一个外角等于 140°，这个等腰三角形的顶角的度数是________.

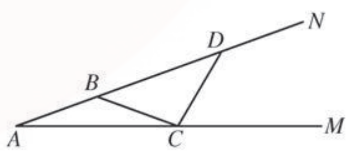
应用与延伸

3. 如图，连接网格中的 AB、BC、AC. $\triangle ABC$是等腰三角形吗？如果是，请写出相等的边、相等的角，并画出$\triangle ABC$的对称轴.



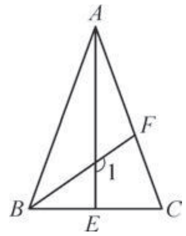
（第 3 题）

4. 如图，点 B、D 在边 AN 上，点 C 在边 AM 上，且 $AB=BC=CD$，$\angle A=20°$. 求$\angle DCM$的度数.



（第 4 题）

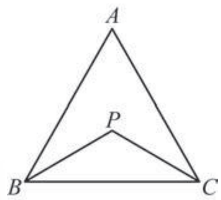
5. 如图,在$\triangle ABC$中,$AB=AC$,AE是中线,BF是角平分线,$\angle C=70°$.求$\angle BAE$和$\angle 1$的度数.



(第5题)

探索与研究

6. 如图,在$\triangle ABC$中,$AB=AC$.在$\triangle PBC$中,$PB=PC$.
(1) 求证:$\angle ABP=\angle ACP$;
(2) 连接AP,求证:$AP\perp BC$.



(第6题)

2.5 等腰三角形的轴对称性(2)

【问题导引】

我们知道,如果一个三角形有两条边相等,那么它们所对的角相等.反过来,如果一个三角形有两个角相等,那么它们所对的边有什么关系?

【例题精讲】

例 如图2-19,在$\triangle ABC$中,$\angle B=\angle C$,$AD\perp BC$,垂足为D,$DE/\!/AB$.

(1) $\triangle ABC$是等腰三角形吗?为什么?

(2) $\triangle ADE$是等腰三角形吗?为什么?

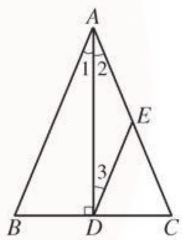


图2-19

解 (1) $\triangle ABC$是等腰三角形.

$\because \angle B=\angle C$,

根据"等角对等边",

$\therefore AB=AC$.

$\therefore \triangle ABC$是等腰三角形.

(2) $\triangle ADE$是等腰三角形.

$\because AB=AC$,$AD\perp BC$,

$\therefore$ 根据等腰三角形的性质,可得$\angle 1=\angle 2$.

又$\because DE/\!/AB$,

$\therefore \angle 1=\angle 3$.

$\therefore \angle 2=\angle 3$.

根据"等角对等边",可得$AE=DE$.

$\therefore \triangle ADE$是等腰三角形.

说明 等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合是等腰三角形的重要性质.第(2)小题中运用了第(1)小题的结论,由角相等得出边相等,判断出$\triangle ADE$是等腰三角形.

【活动与评估】

知识与基础

1. 选择题：

(1) 在$\triangle ABC$中，已知$\angle A=40°$，若$\triangle ABC$是等腰三角形，则$\angle B$的度数是(　　).

A. $40°$　　　　B. $70°$

C. $40°$或$70°$　　　　D. $40°$或$70°$或$100°$

(2) 一个三角形是轴对称图形，且有一个内角是$60°$，这个三角形是(　　).

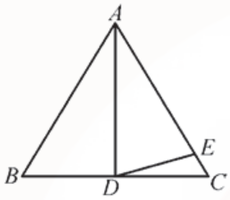
A. 直角三角形　　　　B. 等腰直角三角形

C. 等边三角形　　　　D. 有$30°$锐角的直角三角形

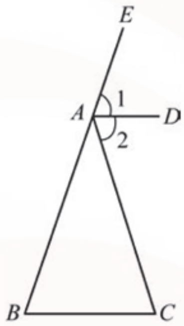
2. 填空题：

(1) 底角等于顶角一半的等腰三角形的顶角度数是________；

(2) 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=BC=AC$，AD是中线，点E在边AC上，$AE=AD$，则$\angle EDC=$________°.



(第2(2)题)



(第3题)

应用与延伸

3. 求证：如果三角形一个外角的平分线平行于三角形的一边，那么这个三角形是等腰三角形.

已知：如图，$\angle CAE$是$\triangle ABC$的外角，$\angle 1=\angle 2$，$AD\parallel BC$.

求证：$AB=AC$.

证明：$\because AD\parallel BC$，

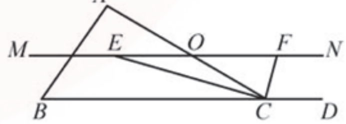
$\therefore \angle 1=\angle B$(________________)，$\angle 2=\angle C$(________________).

$\because \angle 1=\angle 2$，

$\therefore \angle B=\angle C$.

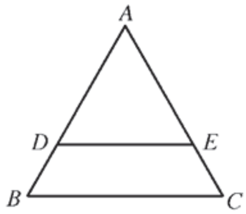
$\therefore AB=AC$(________).

4. 如图，在$\triangle ABC$中，点O在边AC上．过点O作直线$MN\parallel BC$，设MN交$\angle BCA$的平分线于点E，交$\angle BCA$的外角平分线于点F．你有哪些发现？请就其中之一说明理由.



(第4题)

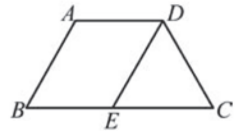
5. 已知:如图,在等边三角形 ABC 中,点 D、E 分别在 AB、AC 上,且 $DE//BC$.
求证:$\triangle ADE$ 是等边三角形.



(第5题)

探索与研究

6. 已知:如图,在四边形 $ABCD$ 中,$\angle B=\angle C$,点 E 在 BC 上,且 $AB//DE$,$EC=CD$.
求证:$\triangle DEC$ 是等边三角形.



(第6题)

2.5 等腰三角形的轴对称性(3)

【问题导引】

如图2-20,将两块含30°角的三角尺摆放在一起.你能借助这个图形,找到 Rt$\triangle ABC$ 的直角边 BC 与斜边 AB 之间的数量关系吗?

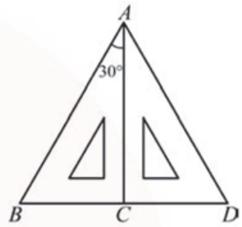


图2-20

【例题精讲】

例 证明:在直角三角形中,如果一条直角边等于斜边的一半,那么这条直角边所对的锐角等于30°.

已知:如图2-21,在$\triangle ABC$ 中,$\angle ACB=90°$,$BC=\frac{1}{2}AB$.

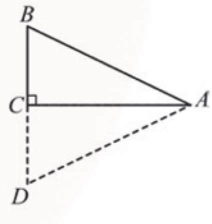


图2-21

求证:$\angle A=30°$.

证明 延长 BC 到点 D,使 $BC=CD$.

$\because AC\perp BC, BC=CD$,

$\therefore AB=AD$.

$\because BC=\frac{1}{2}AB, BD=2BC$,

$\therefore AB=BD$.

$\therefore AB=BD=AD$.

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形.

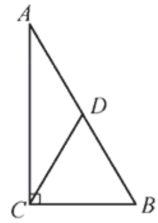
$\therefore \angle ABC=60°$.

$\because \angle ABC+\angle BAC=90°$,

$\therefore \angle BAC=90°-\angle ABC=30°$.

【活动与评估】

知识与基础



(第 1 题)

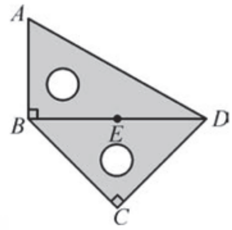
1. 如图,在$\triangle ABC$中,$\angle ACB=90^\circ$,CD为中线.

(1) 写出图中所有的等腰三角形:________________;

(2) 已知$\angle A=30^\circ$,图中与AD相等的线段有:________________.

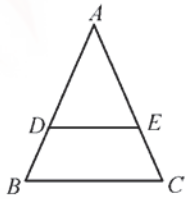
应用与延伸

2. 如图,一副三角尺拼成四边形$ABCD$,E是BD的中点.试比较点E到点A、C的距离,并说明理由.



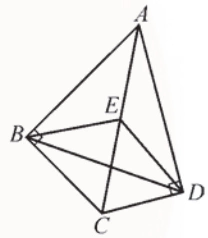
(第 2 题)

3. 如图,在$\triangle ABC$中,点D、E分别在AB、AC上,且$AD=AE$,$DE\parallel BC$.
求证:$DB=EC$.



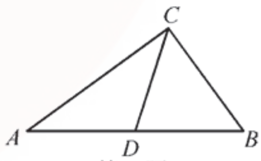
(第 3 题)

4. 已知:如图,在四边形$ABCD$中,$\angle ABC=\angle ADC=90^\circ$,$E$是$AC$的中点.$\angle EBD$与$\angle EDB$相等吗?为什么?



(第 4 题)

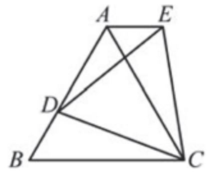
5. 如图,在$\triangle ABC$中,CD是边AB上的中线,且$CD=\dfrac{1}{2}AB$.$\triangle ABC$是直角三角形吗?请说明理由.



(第 5 题)

探索与研究

6. 如图，在等边三角形 ABC 中，点 D 在边 AB 上，以 CD 为边作等边三角形 CDE，使点 A、E 在直线 DC 的同侧，连接 AE.
求证：$AE /\!/ BC$.



（第6题）

小结与思考

【例题精讲】

例1 等腰三角形的两边长分别为 3 cm 和 7 cm，求等腰三角形的周长.

分析 已知等腰三角形的两边长，并未指出这两边是等腰三角形的腰还是底，所以要把可能出现的情况考虑全面，同时必须满足三角形的三边关系.

解 （1）当 3 cm 作底、7 cm 作腰时，这个等腰三角形的周长为 $3+7+7=17$(cm)；

（2）当 7 cm 作底、3 cm 作腰时，$3+3<7$，不符合三角形三边关系.

所以这个等腰三角形的周长为 17 cm.

例2 如图 2－22，在$\triangle ABC$ 中，AB 的垂直平分线分别与 AB、BC 相交于点 D、E，AC 的垂直平分线分别与 AC、BC 相交于点 F、G. 求$\triangle AEG$ 的周长需要添加什么条件？

分析 由于 AB 的垂直平分线与 BC 相交于点 E，所以 $AE=EB$；AC 的垂直平分线与 BC 相交于点 G，所以 $AG=GC$. 求$\triangle AEG$ 的周长，就是求 $AE+EG+AG$，即求 $BE+EG+GC$ 的长.

解 答案不唯一，如添加 BC 的长这个条件，可以求$\triangle AEG$ 的周长.

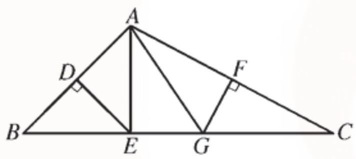


图 2－22

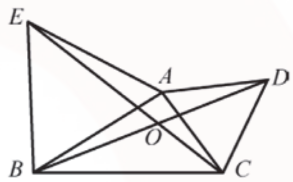


图 2－23

例3 如图 2－23，在$\triangle ABC$ 中，分别以 AB、AC 为边作等边三角形 ABE、ACD，BD、CE 相交于点 O.

（1）BD 与 EC 相等吗？为什么？

（2）要使$\triangle ABE$ 与$\triangle ACD$ 全等，至少需要添加什么条件？在此条件下，整个图形是轴对称图形吗？

分析 （1）利用等边三角形边角的特殊性，可以寻找到全等三角形；（2）要使等边三角形 ABE 与等边三角形 ACD 全等，可以从边来思考，$AB=AC$ 是添加的备选条件.

解 （1）$BD=EC$. 理由如下：

$\because$ $\triangle ABE$ 是等边三角形，

$\therefore$ $AB=AE$，$\angle BAE=60°$.

同理可得，$AC=AD$，$\angle DAC=60°$.

$\therefore$ $\angle BAD=\angle EAC$.

$\therefore$ $\triangle BAD\cong\triangle EAC$.

$\therefore$ $BD=EC$.

(2) 添加条件“$AB=AC$”，能得到$\triangle ABE$与$\triangle ACD$全等. 在此条件下，整个图形是轴对称图形.

说明 第(2)小题中的添加条件可以从角考虑，使$\angle ABC=\angle ACB$，就能保证$AB=AC$. 也可以从图形考虑，使$\triangle ABC$是等边三角形，同样符合题目的要求.

【活动与评估】

知识与基础

1. 选择题：

(1) 下列四个图形分别是不可回收垃圾、可回收垃圾、有害垃圾、其他垃圾的标志，这四个标志中是轴对称图形的为(　　).

A.　　B.　　C.　　D.

(2) 两个图形关于某直线对称，对称点一定在(　　).

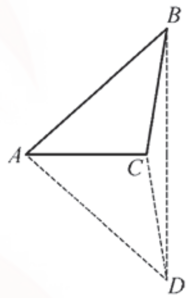
A. 直线的两旁　　B. 直线的同旁

C. 直线上　　D. 直线两旁或直线上

(3) 如图，在三角形纸片ABC中，$AC=BC$. 把$\triangle ABC$沿着AC翻折，使点B落在点D处，连接BD. 已知$\angle BAC=40°$，那么$\angle CBD$的度数为(　　).

A. $9°$　　B. $10°$

C. $20°$　　D. $30°$

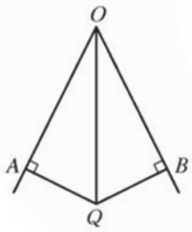


(第1(3)题)

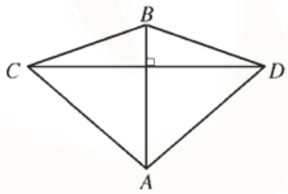
2. 填空题：

(1) ________是线段的对称轴；

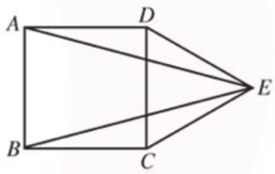
(2) 如图，点Q在$\angle AOB$的平分线上，$QA\perp OA$，$QB\perp OB$，垂足分别为A、B，则$AQ=$________，理由是________________；



(第2(2)题)



(第2(3)题)



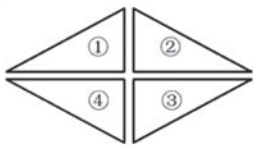
(第2(4)题)

(3) 如图，AB垂直平分CD，$AC=6$ cm，$BD=4$ cm，四边形$ADBC$的周长为________cm；

(4) 如图，以正方形$ABCD$的一边CD为边向形外作等边三角形CDE，则$\angle AEB=$________°.

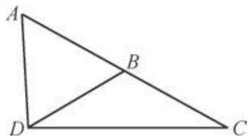
应用与延伸

3. 图中三角形④与哪些三角形成轴对称？整个图形是轴对称图形吗？它共有几条对称轴？



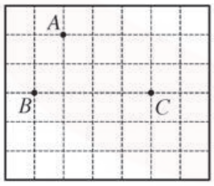
(第3题)

4. 如图，在△ADC中，点B在边AC上，$AD=BD=BC$. 已知$\angle C=25°$，求$\angle ADB$的度数.



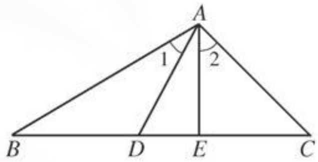
（第4题）

5. 如图，在7×6的正方形网格中，点A、B、C在格点上. 在图中确定格点D，并画出以A、B、C、D为顶点的四边形，使其为轴对称图形.



（第5题）

6. 如图，在△ABC中，点D、E在边BC上，且$\angle 1=\angle B$，$\angle 2=\angle C$，$BC=10$ cm. 求△ADE的周长.



（第6题）

7. 已知直线l是线段AB的垂直平分线，C、D是l上的任意两点，且点C、D不在线段AB上.

（1）求证：△ABC、△ABD都是等腰三角形；

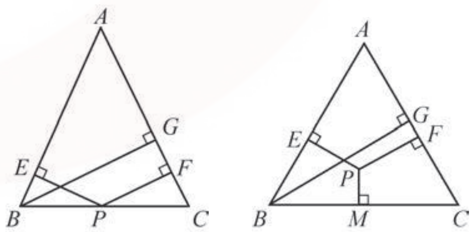
（2）求证：$\angle CAD=\angle CBD$.

探索与研究

8. 老师给出了下面的题目：如图①，在△ABC中，$AB=AC$，P为BC上一点，作$PE\perp AB$，$PF\perp AC$，$BG\perp AC$，垂足分别为E、F、G.

（1）求证：$PE+PF=BG$；

（2）如图②，将"在△ABC中，$AB=AC$，P为BC上一点"改成"P为等边三角形ABC内一点"，作$PE\perp AB$，$PF\perp AC$，$PM\perp BC$，$BG\perp AC$，垂足分别为E、F、M、G. 有类似结论吗？请写出结论并证明.



①　②

（第8题）