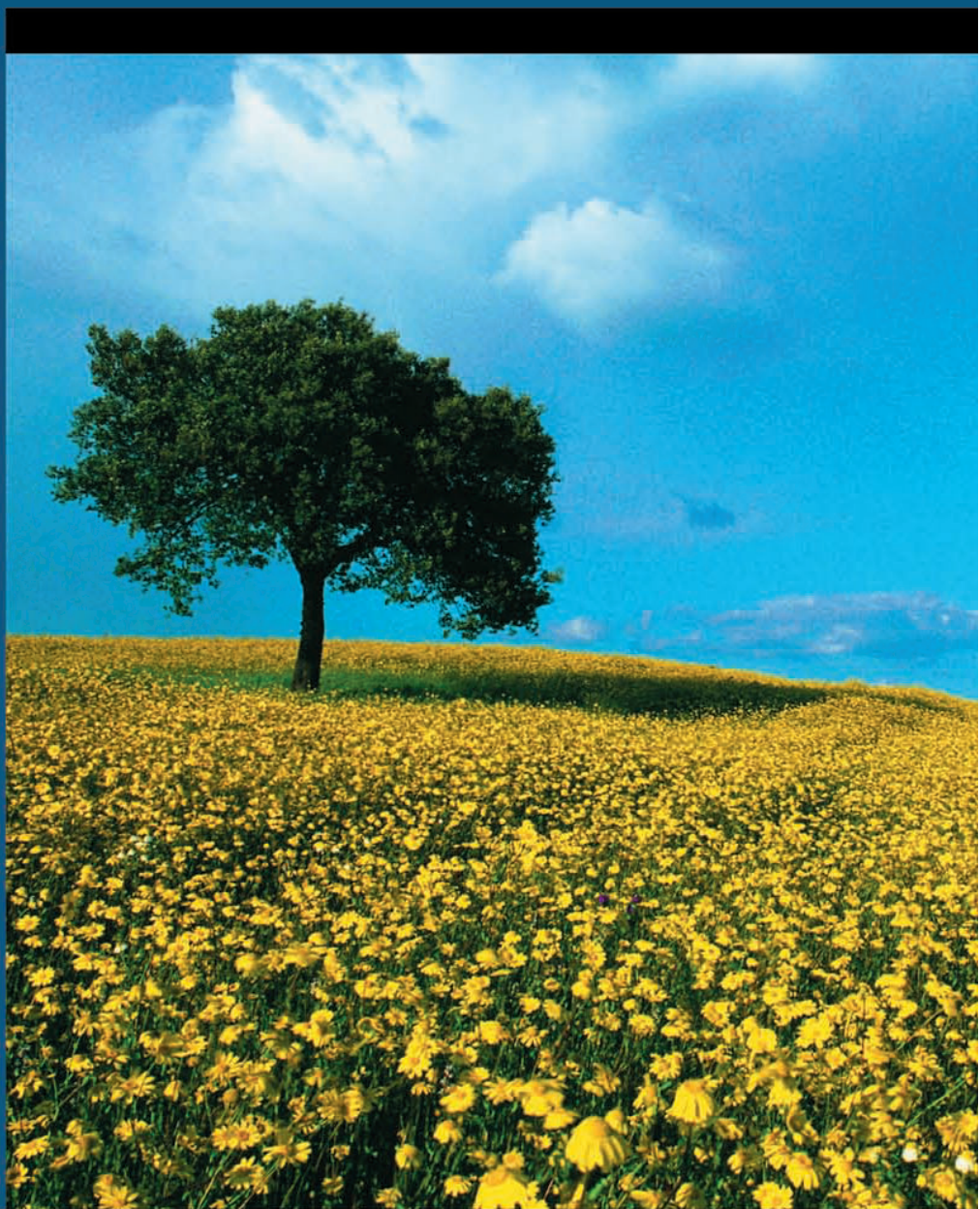


经江苏省中小学教辅材料评议委员会2013年评议通过

BANNI XUE

伴你学



《伴你学》编写组 编著

数学

七年级下册
配苏科版

江苏人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

伴你学. 数学. 七年级. 下册/《伴你学》编写组
编著. —南京: 江苏人民出版社, 2013. 12(2021. 12 重印)
配苏科版
ISBN 978-7-214-10566-0
I. ①伴… II. ①伴… III. ①中学数学课—初中—教
学参考资料 IV. ①G634
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 210804 号

伴你学 数学 七年级下册 配苏科版

编 著 《伴你学》编写组
责任编辑 李 洁 成 晟

出版发行 江苏人民出版社
出版社地址 南京市湖南路 1 号 A 楼, 邮编: 210009
重 印 江苏凤凰科学技术出版社
照 排 江苏凤凰制版有限公司
印 刷 连云港海狮印务有限公司

开 本 890 mm×1 240 mm 1/16
印 张 10
字 数 230 000
版 次 2013 年 12 月第 1 版
印 次 2021 年 12 月第 9 次印刷

标准书号 ISBN 978-7-214-10566-0
定 价 12.70 元

审批号: 苏费核(2021)JF-0503 举报电话: 12315

第7章

平面图形的认识(二)

课时1 探索直线平行的条件(1)

目标导航

认识同位角,能在给定的图形中找出同位角;经历利用三角尺画平行线的过程,感受平行线的形成,并能利用“同位角相等”说明两直线平行.

问题导学

活动一:读一读 做一做

完成《数学实验手册》(七年级下册)“实验1 折纸——理解直线平行的条件”,利用附录中的纸片折出平行线,并说明理由.

活动二:想一想 说一说

(1) 指出图7-1中的同位角,并且和同学交流同位角具有什么特征.

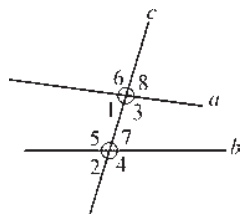


图7-1

(2) 同位角相等吗?

活动三:议一议 写一写

(1) 在课本的图7-3中,如果 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 不相等,那么直线 a 、 b 平行吗?请验证你的判断.

(2) 要使直线 a 、 b 平行, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 需要满足什么条件?

(3) 由此你能得出判断两直线平行的方法吗?请你用自己的语言描述出来.

活动四:试一试 练一练

如图 7-2, 直线 AB 、 CD 与直线 EF 、 GH 分别相交.

- (1) 若 $\angle 1 = \angle 2$, 能得到哪两条直线平行?
- (2) 若 $\angle 3 = \angle 4$, 能得到哪两条直线平行? 若 $\angle 2 = \angle 5$ 呢?

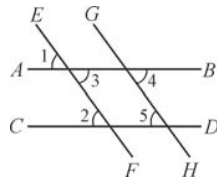
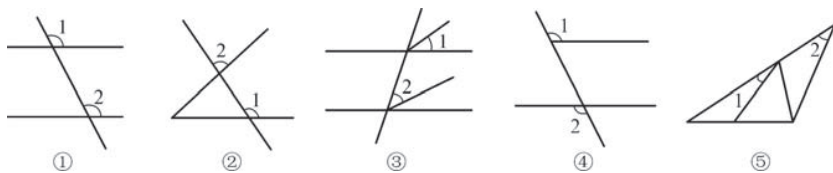


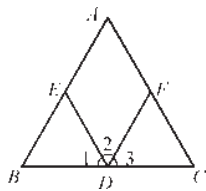
图 7-2

检测反馈

1. 下列各图中, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 为同位角的是 _____ (填序号).

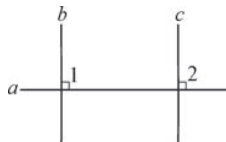


(第 1 题)



(第 2 题)

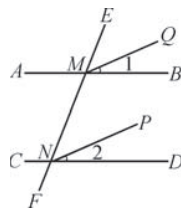
2. 如图, 若 $\angle$ _____ $= \angle$ _____, 则 $AC \parallel ED$, 这是因为 _____; 若 $\angle$ _____ $= \angle$ _____, 则 $AB \parallel FD$, 这是因为 _____.
3. 如图, 在同一平面内, 如果两条直线 b 、 c 都垂直于同一条直线 a , 那么直线 b 、 c 互相平行吗? 为什么?



(第 3 题)

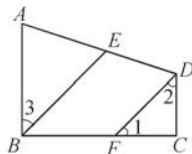
迁移运用

1. 如图, 已知直线 AB 、 CD 分别与直线 EF 相交于点 M 、 N , 且 $\angle 1 = \angle 2$.
 - (1) 如果 $\angle BMN = \angle DNF$, 那么 $MQ \parallel NP$ 是否成立? 请说明理由.
 - (2) 再添加一个条件: _____, 也可以得到 $MQ \parallel NP$. 请说明理由.



(第 1 题)

2. 如图, $AB \perp BC$, $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, $\angle 2 = \angle 3$. 你能说明 $BE \parallel DF$ 吗?



(第 2 题)

课时2 探索直线平行的条件(2)

目标导航

了解内错角、同旁内角,能在具体图形中找出内错角、同旁内角;能根据内错角、同旁内角之间的数量关系,说明相关的直线平行,体会转化思想,增强说理能力.

问题导学

活动一:做一做 说一说

1. 如图7-3, $a \parallel b$.

(1) 指出图中的内错角和同旁内角,与同学交流它们具有什么特征.

(2) 若 $\angle 2 = \angle 3$, 直线 a 与直线 b 平行吗? 为什么?

(3) 若 $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$, 直线 a 与直线 b 平行吗? 为什么?

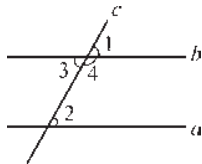


图 7-3

2. 从上面活动中,你能得出什么结论?

活动二:想一想 试一试

1. 如图7-4, 请写出能判定 $CE \parallel AB$ 的一个条件: _____, 理由: _____. 还有其他情况吗?

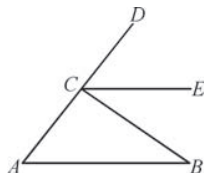


图 7-4

2. 如图7-5, 根据下列条件, 分别可以判定哪两条直线平行? 并说明判定的依据.

(1) $\angle 1 = \angle C$; (2) $\angle 2 = \angle 4$; (3) $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.

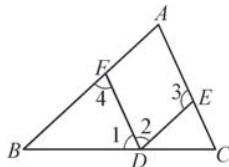


图 7-5

检测反馈

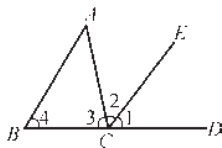
1. 如图, 下列说法中, 正确的是

A. $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 是同位角

C. $\angle 1$ 和 $\angle A$ 是内错角

B. $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 是内错角

D. $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是同旁内角



(第1题)

2. 如图,下列说理中,正确的是

()

A. 因为 $\angle A + \angle D = 180^\circ$, 所以 $AD \parallel BC$

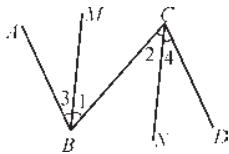
B. 因为 $\angle C + \angle D = 180^\circ$, 所以 $AB \parallel CD$

C. 因为 $\angle A + \angle D = 180^\circ$, 所以 $AB \parallel CD$

D. 因为 $\angle A + \angle C = 180^\circ$, 所以 $AB \parallel CD$



(第2题)



(第3题)

3. 如图, $\angle 3 = \angle 4$, 下列条件中, 不能推出 $AB \parallel CD$ 的是

()

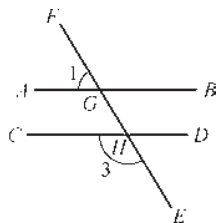
A. $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互余

B. $\angle 1 = \angle 2$

C. $\angle 1 = \angle 3$ 且 $\angle 2 = \angle 4$

D. $BM \parallel CN$

4. 如图, $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$, 能否得出 $AB \parallel CD$? 为什么?



(第4题)

迁移运用

1. 已知: 如图, $\angle DAB = \angle DCB$, AF 平分 $\angle DAB$, CE 平分 $\angle DCB$, $\angle FCE = \angle CEB$. 试说明: $AF \parallel CE$.

解: 因为 AF 平分 $\angle DAB$,

所以 $\angle FAE = \frac{1}{2} \angle DAB$ ().

又因为 CE 平分 $\angle DCB$,

所以 $\angle FCE = \frac{1}{2} \angle DCB$ ().

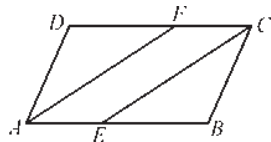
因为 $\angle DAB = \angle DCB$ (),

所以 $\angle FAE = \angle FCE$.

因为 $\angle FCE = \angle CEB$,

所以 $\angle FAE = \angle CEB$.

所以 $AF \parallel CE$ ().

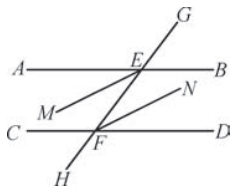


(第1题)

2. 如图, GH 分别交 AB 、 CD 于点 E 、 F , $\angle AEF = \angle EFD$.

(1) 试写出 $AB \parallel CD$ 的依据;

(2) 若 ME 是 $\angle AEF$ 的平分线, FN 是 $\angle EFD$ 的平分线, 则 EM 、 FN 平行吗? 若平行, 请说明理由.



(第2题)

课时3 探索直线平行的性质

目标导航

经历操作、度量、观察、思考等过程,探究、发现平行线的性质,能应用平行线的性质及判定方法解决相关问题.

问题导学

活动一:做一做 想一想

阅读《数学实验手册》(七年级下册)“实验2 剪拼透明纸——探索平行线的性质”,利用附录提供的透明纸画出两条平行线,并使它们被同一条直线所截,猜想所得的每对同位角、内错角、同旁内角有怎样的数量关系,并用透明纸进行验证.

活动二:想一想 试一试

1. 如图7-6,在A、B两地之间修一条笔直的公路,从A地测得公路的走向是北偏东 60° ,如果A、B两地同时动工,要使公路准确接通,那么 $\angle\alpha$ 是多少度?为什么?

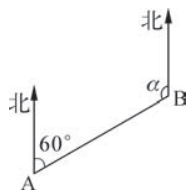


图7-6

2. 如图7-7, $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$. $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是否相等?为什么?

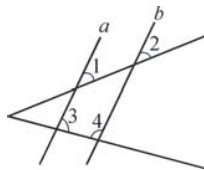


图7-7

检测反馈

1. 下列说法中,正确的是

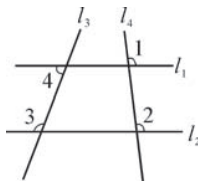
()

- A. 在同一平面内的两条直线被第三条直线所截,同位角相等
- B. 两直线平行,同旁内角相等
- C. 两条直线被第三条直线所截,这两条直线平行
- D. 两直线平行,内错角相等

2. 如图, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 125^\circ$, $\angle 4$ 的度数为

- A. 45°
- B. 55°
- C. 65°
- D. 75°

()



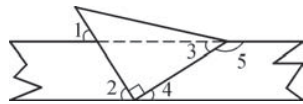
(第2题)

3. 将一块三角尺与一张两边平行的纸条按如图所示放置,下列结论:

① $\angle 1 = \angle 2$; ② $\angle 3 = \angle 4$; ③ $\angle 2 + \angle 4 = 90^\circ$; ④ $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$.

其中,正确的有

()



(第3题)

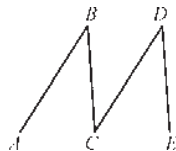
A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

4. 如图, $AB \parallel CD$, $\angle B = 37^\circ$, $\angle D = 37^\circ$. BC 与 DE 平行吗? 为什么?



(第4题)

迁移运用

1. 如图, $AB \parallel DE$, $\angle A = 150^\circ$, $\angle D = 140^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数是

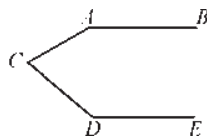
()

A. 50°

B. 60°

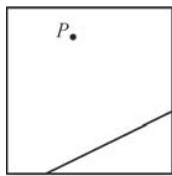
C. 70°

D. 75°

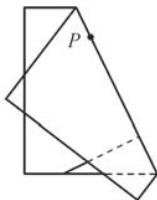


(第1题)

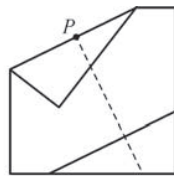
2. 学习了平行线后,小敏想出了过已知直线外一点画这条直线的平行线的新方法,她是通过折一张半透明的纸得到平行线的(图①~④):



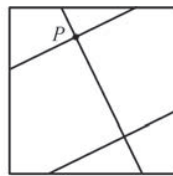
①



②



③

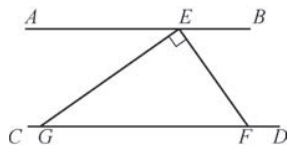


④

(第2题)

从图中可知,小敏画平行线的依据有:① 两直线平行,同位角相等;② 两直线平行,内错角相等;③ 同位角相等,两直线平行;④ 内错角相等,两直线平行. 其中,正确的有_____. (填序号)

3. 如图, $AB \parallel CD$, 点 E, G 分别在 AB, CD 上, 且 $\angle AEG = 34^\circ$, $EF \perp EG$, 交 CD 于点 F . 求 $\angle EFG$ 的度数.



(第3题)

课时4 图形的平移

目标导航

经历探索平移的基本性质的过程,能利用平移设计图案,发展空间观念,增强审美意识.

问题导学

活动一:想一想 说一说

手扶电梯的人、传送带上的物品等都沿着某一方向平行移动.你还能举出生活中类似的例子吗?

活动二:画一画 议一议

(1) 把图7-8中的三角形 ABC 向右平行移动6格,画出所得到的三角形 $A'B'C'$.

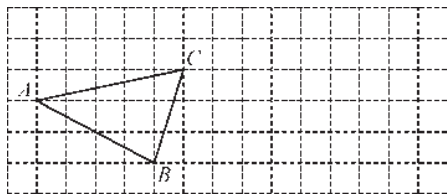


图7-8

(2) 度量三角形 ABC 与三角形 $A'B'C'$ 的边和角的大小.你发现了什么?

(3) 连接 AA' 、 BB' 、 CC' ,这三条线段的位置和长度分别有什么关系?

活动三:做一做 想一想

1. 通过前面的活动可知:图形的平移需要确定平移的_____和平移的_____.
2. 平移的实质是图形上所有的点都按照同一_____移动同样的_____.
3. 一个图形和它经过平移所得的图形中,两组对应点的连线_____.
4. 如图7-9,小船经过平移到了新的位置,请补全图形.

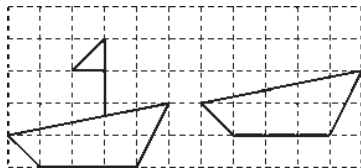
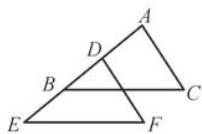


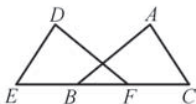
图7-9

检测反馈

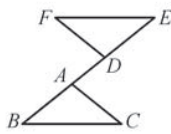
1. 下列图形中,把三角形 ABC 平移后能得到三角形 DEF 的是 ()



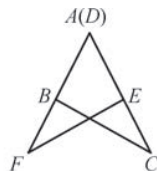
A.



B.



C.



D.

2. 关于平移后对应点所连的线段,下列说法中,正确的是 ()

① 对应点所连的线段一定平行,但不一定相等;② 对应点所连的线段一定相等,但不一定平行,有可能相交;③ 对应点所连的线段平行且相等,也有可能同在同一条直线上;④ 有可能所有对应点的连线都在同一条直线上.

A. ①③

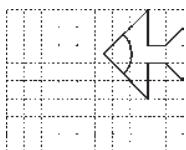
B. ②③

C. ③④

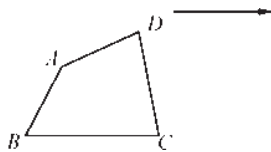
D. ①②

3. 在三角形 ABC 中, $AB=5$ cm, $\angle B=72^\circ$,若将三角形 ABC 向下平移 7 cm 得到三角形 $A'B'C'$,则 $A'B' =$ _____ cm, $AA' =$ _____ cm, $\angle B' =$ _____ $^\circ$.

4. 画图:(1) 先将方格纸中的图形向左平移 5 格,然后再向下平移 3 格;



(第 4(1)题)

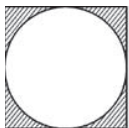


(第 4(2)题)

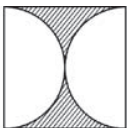
- (2) 如图,已知四边形 $ABCD$,试将其沿箭头方向平移,其平移的距离为线段 BC 的长度.

迁移运用

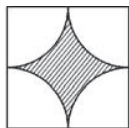
1. 将左图剪成若干小块,再进行拼接平移后能够得到①、②、③中的_____.



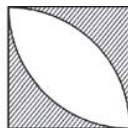
(第 1 题)



①

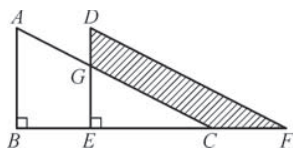


②



③

2. 如图,将三角形 ABC 沿 BC 方向平移一定距离得到三角形 DEF . 若 $AB=5$, $BE=3$, $DG=2$,则图中阴影部分的面积为_____.



(第 2 题)

课时5 认识三角形(1)

目标导航

了解三角形,会用字母表示三角形;通过对不同的三角形的测量和比较,理解三角形的分类依据;通过动手实验操作,理解构成三角形的条件,感受分类思想.

问题导学

活动一:想一想 说一说

1. 请你列举一些生活中常见的三角形形状的物体.

2. 你是如何定义三角形的?

3. 如图 7-10, 三角形可以表示为 _____, 三条边分别为 _____, 三个内角分别为 _____, AB 的对角为 _____, $\angle B$ 的对边为 _____.

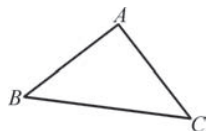


图 7-10

活动二:看一看 做一做

1. 按角的大小分:

三角形 {
 _____ 三角形:三个角都是锐角的三角形
 _____ 三角形:有一个角为直角的三角形
 _____ 三角形:有一个角为钝角的三角形

2. 按边长分:

三角形 {
 不等边三角形:三条边均不相等的三角形
 _____ 三角形:有两条边相等的三角形

注:等边三角形:_____的三角形. 等边三角形是特殊的等腰三角形.

活动三:完成课本“数学实验室”,回答问题

1. 是不是任意三条线段都能够组成一个三角形? 答:_____.

2. 三条线段满足什么条件才能组成一个三角形? 答:_____.

由此得出结论:_____.

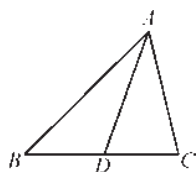
本结论的理论依据:_____.

3. 从课本图 7-23 中的 5 根小棒中任意取出 3 根小棒首尾相接搭三角形,最多能搭出 _____ 个不同的三角形.

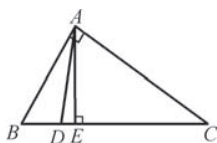
你能画出它们的示意图吗? 若能,请画出来.

检测反馈

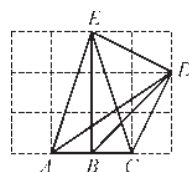
1. 如图,图中共有_____个三角形,分别是_____;以 $\angle C$ 为内角的三角形是_____,在这些三角形中, $\angle C$ 的对边分别为_____.



(第1题)



(第2题)

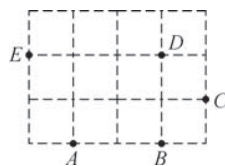


(第4题)

2. 如图,图中有_____个三角形,其中,锐角三角形有_____,直角三角形有_____,钝角三角形有_____.
3. 下列每组数表示3根小木棒的长度,3根小木棒能摆成三角形的一组是 ()
- A. 1 cm、2 cm、3 cm B. 2 cm、3 cm、4 cm
- C. 2 cm、3 cm、5 cm D. 2 cm、3 cm、6 cm
4. 如图,由12个边长为1的小正方形拼成1个长方形,过点A、B、C、D、E中的任意三点画三角形,其中,等腰三角形有 ()
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

迁移运用

1. 在 $\triangle ABC$ 中,三边长分别为 a 、 b 、 c ,且 $b > a > c$, $b = 5$, a 、 c 都是整数,则满足条件的三角形有 ()
- A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个
2. 已知三角形的两边长分别为5 cm和2 cm,第三边的长是偶数,求第三边的长以及三角形的周长.
3. 过图中点A、B、C、D、E中的任意3个点画三角形.
- (1) 以AB为一边可以画出_____个三角形;
- (2) 以C为顶点可以画出_____个三角形.



(第3题)

课时6 认识三角形(2)

目标导航

认识三角形的高、中线、角平分线;会利用相关的画图工具画出三角形的高、中线、角平分线,并能理解其基本特征.

问题导学

活动一:读一读 做一做

阅读课本“议一议”的内容及《数学实验手册》(七年级下册)“实验5 折纸——认识三角形的‘三线’”,利用附录提供的纸片,分别折出三角形的角平分线、高线和中线,并说说自己的发现.

活动二:画一画 议一议

1. 如图7-11,在 $\triangle ABC$ 中,点 F 在 BC 上,连接 AF .

(1) 若 AF 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,则 $\angle$ _____ = $\angle$ _____ = $\frac{1}{2}\angle$ _____;

(2) 若 AF 是 $\triangle ABC$ 的中线,则_____ = _____ = $\frac{1}{2}$ _____,并猜想 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACF$ 的面积的大小关系,与同学交流你的看法.

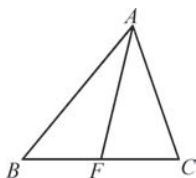


图 7-11

2. 分别画出图7-12中3个三角形的高,观察各三角形能画出几条高,从中你发现了什么?

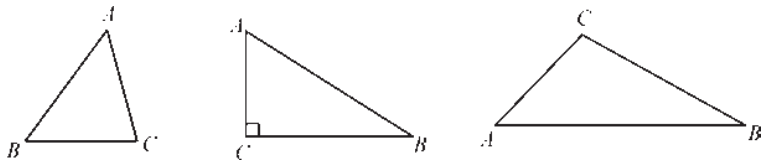
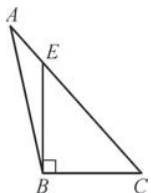


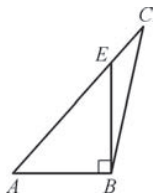
图 7-12

检测反馈

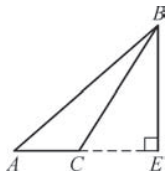
- 三角形的角平分线是 ()
A. 直线 B. 射线 C. 线段 D. 射线或线段
- 下列图形中, 线段 BE 是 $\triangle ABC$ 的高的是 ()



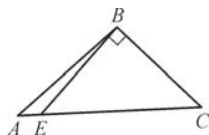
A.



B.

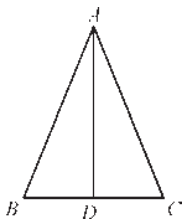


C.

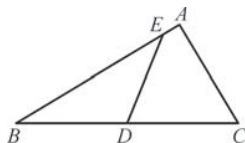


D.

- 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是角平分线, BE 是中线. 若 $\angle BAD = 40^\circ$, 则 $\angle CAD =$ _____; 若 $AC = 6$ cm, 则 $AE =$ _____.
- 如图, $\triangle ABC$ 的高、中线和角平分线都为 AD , 则 $\angle$ _____ $= \angle DAC$, $BD =$ _____ $= \frac{1}{2}$ _____.



(第 4 题)

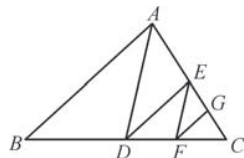


(第 5 题)

- 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 10$ cm, $AC = 6$ cm, D 是 BC 的中点, 点 E 在边 AB 上, $\triangle BDE$ 与四边形 $ACDE$ 的周长相等, 求线段 AE 的长.

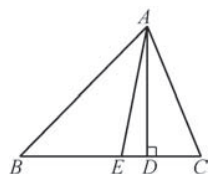
迁移运用

- 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, DE 是 $\triangle ADC$ 的中线, EF 是 $\triangle DEC$ 的中线, FG 是 $\triangle EFC$ 的中线.
(1) $\triangle ABD$ 与 $\triangle ADC$ 的面积有何关系? 请说明理由;
(2) 若 $\triangle GFC$ 的面积为 1 cm^2 , 求 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC}$.



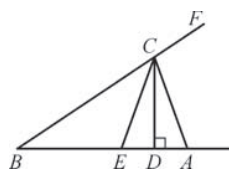
(第 1 题)

2. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AD 是边 BC 上的高, AE 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\angle EAD=5^\circ$, $\angle B=50^\circ$. 求 $\angle C$ 的度数.



(第2题)

3. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, CD 、 CE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线, $\angle BAC=\alpha$, $\angle B=\beta$ ($\alpha>\beta$).
- (1) 若 $\alpha=70^\circ$, $\beta=40^\circ$,求 $\angle DCE$ 的度数;
 - (2) 试用含 α 、 β 的代数式表示 $\angle DCE$ 的度数(直接写出结果).



(第3题)

课时 7 多边形的内角和与外角和(1)

目标导航

经历验证三角形内角和的过程,知道三角形的内角和是 180° ,感受演绎推理的描述方式,能利用结论解决相关问题.

问题导学

活动一:试一试 议一议

1. 任意画 $\triangle ABC$,用量角器量出各个内角的度数,并求它们的和.
2. 把 $\triangle ABC$ 的3个内角剪下来,然后将它们的顶点重合在同一点,不重叠且无缝隙地拼合在一起.由此,你得到什么结论?
3. 你能运用所学的平行线的性质说明你发现的结论的正确性吗?试一试,你能找出多少种方法,并与同学交流.

活动二:算一算 说一说

- (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=40^\circ$,则 $\angle B=$ _____;
- (2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=25^\circ$,则 $\angle B=$ _____;
- (3) 根据(1)、(2)的计算结果,你发现直角三角形的两个锐角度数之间有什么特殊关系?

活动三:做一做 想一想

1. 观察图 7-13,回答下列问题.

- (1) 已知 $\angle B=45^\circ$, $\angle BAD=30^\circ$,则 $\angle ADC=$ _____;
- (2) 已知 $\angle C=65^\circ$, $\angle CAD=40^\circ$,则 $\angle ADB=$ _____;
- (3) 若 $\angle B=m^\circ$, $\angle BAD=n^\circ$,则 $\angle ADC=$ _____.

2. 如图 7-14,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=4\angle ABC=4\angle C$, $BD \perp AC$,垂足为 D .求 $\angle ABD$ 的度数.

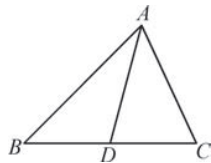


图 7-13

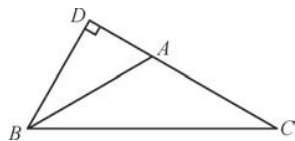
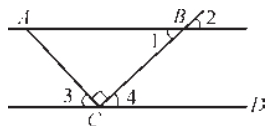


图 7-14

检测反馈

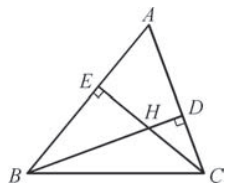
- 若三角形的一个角是锐角,则这个三角形是 ()
A. 锐角三角形 B. 钝角三角形 C. 直角三角形 D. 无法确定
- 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=55^\circ$, $\angle B$ 比 $\angle C$ 大 25° ,则 $\angle B$ 的度数为 ()
A. 50° B. 75° C. 100° D. 125°
- 如图, $AB \parallel CD$, $AC \perp BC$,与 $\angle CAB$ 互余的角有 ()
A. 1个 B. 2个
C. 3个 D. 4个
- 直角三角形的一个锐角为 42° ,另一个锐角为_____.
- 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A - \angle B = 36^\circ$, $\angle C = 2\angle B$. 求 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的度数.



(第3题)

迁移运用

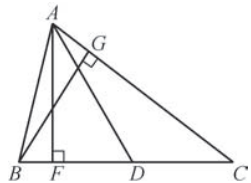
- 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 、 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的度数之比为 $3:4:5$, BD 、 CE 分别是边 AC 、 AB 上的高, BD 与 CE 相交于点 H . 求 $\angle BHC$ 的度数.



(第1题)

- 如图,在 $\triangle ABC$ 中,边 BC 上的高为 AF ,边 AC 上的高为 BG ,中线为 AD , $AF=6$, $BC=12$, $BG=5$.

- 求 $\triangle ABD$ 的面积;
- 求 AC 的长;
- 直接写出 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的面积之间的关系.



(第2题)

课时 8 多边形的内角和与外角和(2)

目标导航

经历观察、操作、计算、归纳的过程,通过对三角形内角和的认识,探索出多边形的内角和公式,并能进行简单的应用;体会从特殊到一般的数学思想.

问题导学

活动一:试一试 议一议

阅读《数学实验手册》(七年级下册)“实验 6”中“拼图与思考(1)”,按要求操作,说说你的想法.

活动二:做一做 想一想

1. 过四边形 $ABCD$ 的一个顶点画对角线,能将四边形分成几个三角形? 这个四边形的内角和是多少?

2. 过五边形 $ABCDE$ 的一个顶点画对角线,能将五边形分成几个三角形? 这个五边形的内角和是多少?

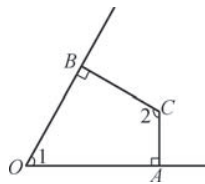
3. 过 n 边形的一个顶点画对角线,能将 n 边形分成几个三角形?

活动三:画一画 议一议

阅读《数学实验手册》(七年级下册)“实验 6”中“拼图与思考(2)”,按要求操作,想一想,你还可以用其他方法求多边形的内角和吗?

检测反馈

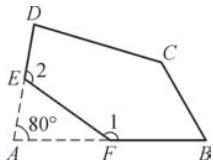
1. 一个多边形的内角和是 1800° , 这个多边形是 _____ 边形.
2. 一个四边形有一个角是直角, 另外三个角的度数之比为 $2:3:4$, 这三个角的度数分别是 _____.
3. 一个多边形的内角和是 720° , 从这个多边形同一个顶点画的对角线最多有 _____ ()
A. 3 条 B. 4 条 C. 5 条 D. 6 条
4. 如图, $OA \perp CA, OB \perp CB$, 且 $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle 2$. 求 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的度数.



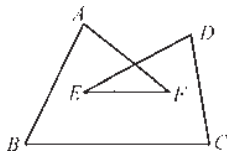
(第4题)

迁移运用

1. 如图, 从四边形纸片 $ABCD$ 中剪去 $\triangle AEF$, 得到五边形纸片 $BCDEF$. 若 $\angle A = 80^\circ$, 则 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的和为 _____ ()
A. 240° B. 260° C. 280° D. 300°



(第1题)



(第2题)

2. 如图, 求 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$ 的度数 (提示: 构造四边形, 利用多边形内角和求解).

课时9 多边形的内角和与外角和(3)

目标导航

通过操作、计算,认识多边形的外角;利用三角形的外角和,探索多边形的外角和是 360° ,并能进行简单应用;体会从一般到特殊再到一般的认识过程.

问题导学

活动:做一做 想一想

1. 如图 7-15,小明在点 S 处沿长方形广场 $ABCD$ 周围的道路步行. 当他从一条道路转到下一条道路,身体会转过一定的角度,你能在图中把它们表示出来吗? 当他走完 1 圈后,身体转过的角度的和是多少?



图 7-15

2. 如图 7-16,五边形 $ABCDE$ 是某城市的一个广场,小明沿五边形广场周围的小路按逆时针方向跑步.

- (1) 小明每从一条街道转到下一条街道时,身体转过的角是哪个角?
- (2) 他从点 S 开始,跑完 1 圈,身体转过的角度之和是多少?
- (3) 你能求出 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5$ 等于多少吗? 你是怎样得到的?

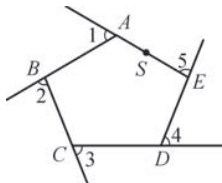
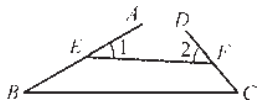


图 7-16

3. 若小明是沿着一个六边形的广场走 1 圈,试猜想他身体转过的角度的和是多少. 如果是 n 边形呢? 请你通过画图、测量、计算等来验证你的猜想.

检测反馈

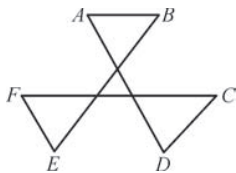
1. 一个多边形的内角和等于它的外角和,这个多边形的边数是 ()
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
2. 一个多边形的每个内角都等于相邻外角的 5 倍,这个多边形的边数是 ()
A. 4 B. 6 C. 8 D. 12
3. 如图,点 E, F 分别在 AB, CD 上,若 $\angle B=30^\circ, \angle C=50^\circ$,则 $\angle 1+\angle 2$ 等于 ()
A. 70° B. 80°
C. 90° D. 100°
4. 多边形边数增加一条,它的内角和增加 _____,外角和 _____.
5. 如果 n 边形有一个外角是 60° ,其余外角都是 75° ,那么 $n=$ _____.
6. 一个多边形的每一个外角都是 72° ,求这个多边形的内角和.



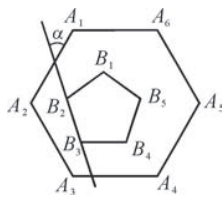
(第3题)

迁移运用

1. 如图, $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F$ 等于 ()
A. 180° B. 270° C. 360° D. 540°



(第1题)



(第2题)

2. 如图,正六边形 $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ 内部有一个正五边形 $B_1B_2B_3B_4B_5$,且 $A_3A_4 \parallel B_3B_4$,则直线 B_2B_3 与 A_1A_2 的夹角 $\alpha=$ _____ $^\circ$.
3. 一个多边形每一个内角均为 150° ,这个多边形是几边形? 你有几种不同的思考方法?

课时 10 小结与思考

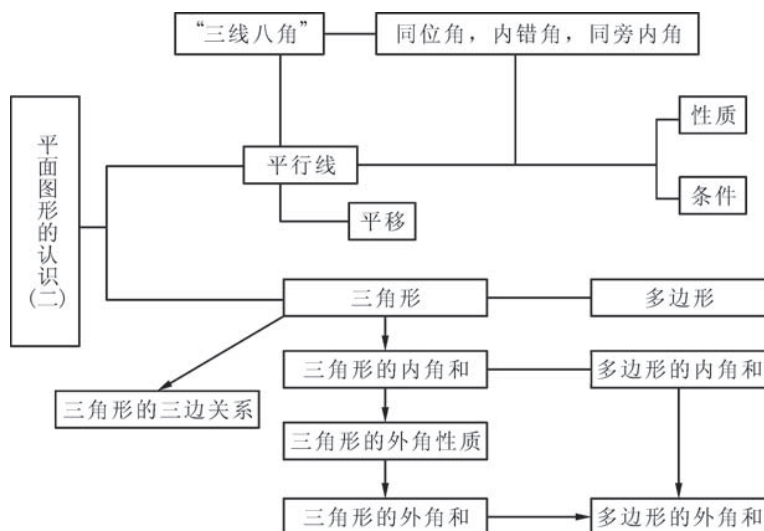
目标导航

了解判定两直线平行的方法及平行线的性质,理解图形平移的一些性质;掌握三角形的相关概念,并能对三角形进行分类,掌握多边形的内角和、外角和及有关的计算;感受和体会化归、分类等数学思想方法的应用.

问题导学

活动一:回顾与梳理

本章的知识结构:



活动二:思考与探索

如图 7-17, 已知 $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle BCG = 120^\circ$.

- (1) AB 与 DG 平行吗? 为什么?
- (2) 若 $\angle ABE = \angle DCF$, 试判断 BE 与 CF 的位置关系, 并说明理由.

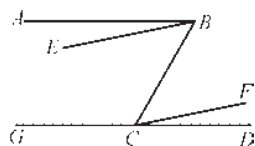


图 7-17

活动三:操作与思考

如图 7-18,在 10×10 的正方形网格中,每个小正方形的边长均为 1 个单位长度. $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上,平移后得到 $\triangle A'B'C'$,点 C 的对应点是直线 l 上的格点 C' .

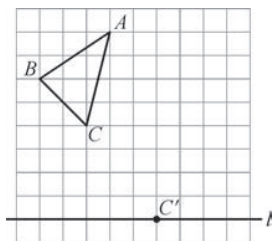
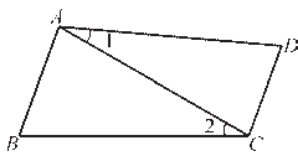


图 7-18

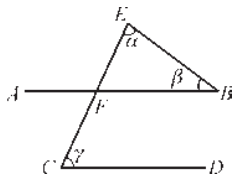
- (1) 画出 $\triangle A'B'C'$;
- (2) 连接 AA' 、 BB' ,则这两条线段之间的关系是_____;
- (3) 若 $\angle A'AC = 51^\circ$, $\angle B'BC = 8^\circ$,则 $\angle C =$ _____°;
- (4) 利用网格画出 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的中线 AD ;
- (5) 试在直线 l 上画出格点 P ,使得由 A' 、 B' 、 C' 、 P 四点围成的四边形的面积为 9.

检测反馈

1. 如图, $\angle 1 = 25^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$, $\angle B = 70^\circ$,则 $\angle BAD =$ _____.



(第 1 题)



(第 3 题)

2. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A - \angle C = 25^\circ$, $\angle B - \angle A = 10^\circ$,则 $\angle B =$ _____.

3. 如图,已知 $AB \parallel CD$, α 、 β 、 γ 之间的关系为

()

A. $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

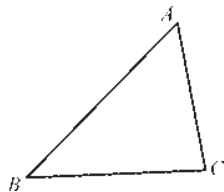
B. $\alpha - \beta + \gamma = 180^\circ$

C. $\alpha + \beta - \gamma = 180^\circ$

D. $\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$

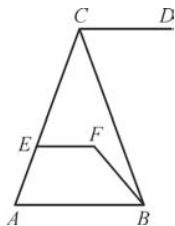
4. 如图,已知 $\triangle ABC$.

- (1) 画 $\triangle ABC$ 的角平分线 AD ;
- (2) 过点 D 分别画 $\triangle ABD$ 的高 DE 、 $\triangle ACD$ 的高 DF ,垂足分别为 E 、 F ;
- (3) 度量 DE 、 DF 的长度,写出你的发现.



(第 4 题)

5. 已知:如图, $CD \parallel AB$, $\angle DCB = 70^\circ$, $\angle CBF = 20^\circ$, $\angle EFB = 130^\circ$,直线 EF 与 AB 有怎样的位置关系? 请说明理由.

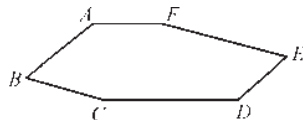


(第 5 题)

迁移运用

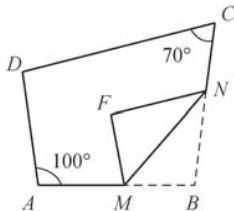
1. 如图,在六边形 $ABCDEF$ 中, $AF \parallel CD$, $\angle A=140^\circ$, $\angle C=165^\circ$.

- (1) 求 $\angle B$ 的度数;
(2) 要使 $AB \parallel DE$,那么 $\angle D =$ _____.



(第1题)

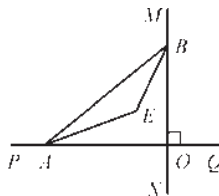
2. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD=100^\circ$, $\angle BCD=70^\circ$,点 M 、 N 分别在 AB 、 BC 上,将 $\triangle BMN$ 沿 MN 所在直线翻折,点 B 落在点 F 处,若 $MF \parallel AD$, $FN \parallel DC$,求 $\angle B$ 的度数.



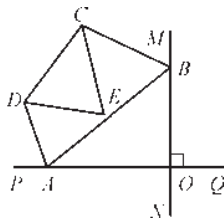
(第2题)

3. 直线 $MN \perp PQ$,垂足为 O ,点 A 在射线 OP 上运动,点 B 在射线 OM 上运动.

- (1) 如图①,已知 AE 、 BE 分别是 $\angle BAO$ 和 $\angle ABO$ 的平分线,点 A 、 B 在运动的过程中, $\angle AEB$ 的大小是否会发生变化? 若发生变化,请说明变化的情况;若不发生变化,则直接写出 $\angle AEB$ 的大小.
(2) 如图②,已知 AB 与 CD 不平行, AD 、 BC 分别是 $\angle BAP$ 和 $\angle ABM$ 的平分线, DE 、 CE 分别是 $\angle ADC$ 和 $\angle BCD$ 的平分线,点 A 、 B 在运动的过程中, $\angle CED$ 的大小是否会发生变化? 若发生变化,请说明理由;若不发生变化,试求出其值.



①



②

(第3题)

第8章

幂的运算

课时1 同底数幂的乘法

目标导航

掌握同底数幂乘法的运算法则,并熟练运用运算法则进行同底数幂的乘法运算;经历探索同底数幂乘法运算法则的过程,感受从具体到抽象、从特殊到一般的思考方法.

问题导学

活动一:忆一忆 算一算

1. (1) 10×10 记作 $10^{(\quad)}$; (2) $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$ 记作 $10^{(\quad)}$.

2. 计算下列各式,并说出每一步计算的依据:

(1) $10^2 \times 10^3 = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) $2^3 \times 2^5 = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

活动二:比一比 想一想

1. 计算:

(1) $5^m \cdot 5^n$ (m, n 是正整数); (2) $\left(\frac{1}{2}\right)^m \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$ (m, n 是正整数); (3) $a^3 \cdot a^5$.

2. 通过上面的计算,你能归纳出同底数幂乘法运算的运算法则吗? 请用符号语言和文字语言分别进行表述.

3. 已知 m, n, p 是正整数,你会计算 $a^m \cdot a^n \cdot a^p$ 吗?

活动三:想一想 算一算

1. 计算:

$$(1) (-8)^{12} \times (-8)^5;$$

$$(2) x \cdot x^7;$$

$$(3) a^{3m} \cdot a^{2m-1} (m \text{ 是正整数});$$

$$(4) (m+n)^3 \cdot (m+n)^2.$$

2. 通过对同底数幂的乘法的研究,你能否将 a^9 写成两个同底数幂的积? 有几种写法? 若要将其写成三个同底数幂的积呢?

检测反馈

1. 下面的计算是否正确? 若有错误,应该怎样改正?

$$(1) a^5 \cdot a^5 = 2a^5 (\quad) \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) x^3 + x^3 = x^6 (\quad) \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) m^2 \cdot m^3 = m^6 (\quad) \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(4) c \cdot c^3 = c^3 (\quad) \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(5) (-y)^2 \cdot y^4 = -y^6 (\quad) \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(6) (-a)^3 \cdot a^2 = -a^5 (\quad) \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 计算:

$$(1) \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^5;$$

$$(2) x^{m+1} \cdot x^{m-1} (m \text{ 是大于 } 1 \text{ 的整数});$$

$$(3) (-x)^5 \cdot (-x)^6;$$

$$(4) -m^3 \cdot m^4.$$

3. 计算:

$$(1) x \cdot x^5 \cdot x^6;$$

$$(2) (x-2y)^2 (x-2y)^5.$$

4. 计算:

$$(1) x^4 \cdot (-x)^5 + (-x)^4 \cdot x^5;$$

$$(2) a \cdot a^4 - (-a)^2 \cdot (-a^3).$$

迁移运用

1. 计算:

$$(1) (m-2n)^2 (2n-m)^3;$$

$$(2) (a-b)^2 \cdot (b-a)^3 + (a-b)^4 \cdot (b-a)$$

2. 计算 $3^n \cdot (-9) \cdot 3^{n+2}$ 的结果是

()

A. -3^{2n-2}

B. -3^{n+4}

C. -3^{2n+4}

D. -3^{n+6}

3. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 也可以写成 $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$ (m, n 是正整数), 请你思考:

已知 $a^m = 8, a^n = 32$, 则 $a^{m+n} =$ _____.

4. 我们约定: $a \star b = 10^a \times 10^b$, 例如 $3 \star 4 = 10^3 \times 10^4 = 10^7$.

(1) 试求 $2 \star 5$ 和 $3 \star 17$ 的值;

(2) 猜想: $a \star b$ 与 $b \star a$ 的运算结果是否相等? 说明理由.

课时 2 幂的乘方与积的乘方(1)

目标导航

掌握幂的乘方的运算法则,并熟练运用运算法则进行幂的乘方运算;经历探索幂的乘方的运算法则的过程,进一步体会幂的意义,增强数感和归纳能力.

问题导学

活动一:算一算 想一想

1. 求 3 个 2^2 的积,你有哪些计算方法? 请写出来.

2. 求 100 个 10^4 的积,你可以有哪些不同的列式方法? 写出来,并分别尝试计算出结果.

3. 请你先说说下列各式的意义,再计算:

(1) $(2^3)^2 =$ _____;

(2) $(a^4)^3 =$ _____;

(3) $(a^m)^5 =$ _____;

(4) $(a^5)^m =$ _____.

活动二:议一议 说一说

根据上面的计算,猜想 $(a^m)^n$ (m, n 是正整数) 等于多少,并验证你的猜想. 与同学交流,你能归纳出幂的乘方的运算法则吗? 请用符号语言和文字语言分别进行表述.

检测反馈

1. 下列算式中,正确的是

()

A. $x^3 \cdot x^3 = 2x^3$

B. $x^2 + x^2 = x^4$

C. $a^4 \cdot a^2 = a^6$

D. $-(a^3)^4 = a^{12}$

2. 填空:

(1) $10^{12} = (\quad)^3$;

(2) $b^{27} = (b^3)^{(\quad)}$;

(3) $(y^m)^3 = (\quad)^m$;

(4) $p^{3n+3} = (\quad)^3$.

3. 计算:

(1) $(-2^2)^3$;

(2) $(x^4)^4$;

(3) $[(x-y)^2]^3$;

(4) $(y^m)^2 \cdot (-y^3)$;

(5) $-b \cdot (-b^3)^5$;

(6) $2(x^3)^5 - (x^5)^3$.

4. (1) 若 $a^m=3$, 则 $a^{3m}=\underline{\hspace{2cm}}$; 若 $b^{2n}=81$, 则 $b^n=\underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 若 $x^m \cdot x^{2m}=2$, 则 $x^{9m}=\underline{\hspace{2cm}}$.

迁移运用**1. 选择:**(1) 下列各式中, 与 $(x^{m+1})^3$ 相等的是

()

A. $3x^{m+1}$

B. $x^{3m}+x^3$

C. $x^3 \cdot x^{m+1}$

D. $x^{3m} \cdot x^3$

(2) $9^m \cdot 27^n$ 可以写为

()

A. 9^{m+3n}

B. 27^{m+n}

C. 3^{2m+3n}

D. 3^{3m+2n}

2. 计算:

(1) $(-a^2)^3 \cdot a^3 + (-a)^2 \cdot a^7 - 5(a^3)^3$;

(2) $[(a-2b)^2]^m \cdot [(2b-a)^3]^{2n}$ (m, n 是正整数).

3. 已知 $9 \times (3^3)^x = 3^{4x+1}$, 求 x 的值.

4. 对于任意的整数 a, b , 规定 $a \triangle b = (a^b)^3 - (a^2)^b$, 求 $2 \triangle 3$ 和 $(-2) \triangle 3$ 的值.

5. 比较 3^{40} 与 4^{30} 的大小.

课时 3 幂的乘方与积的乘方(2)

目标导航

掌握积的乘方的运算法则,并熟练运用运算法则进行积的乘方运算;经历积的乘方运算法则的推导过程;学会从定义出发,归纳得出法则.

问题导学

活动一:算一算 想一想

(1) 填空:

① $(3 \times 2)^3 =$ _____, $3^3 \times 2^3 =$ _____;

② $[3 \times (-2)]^3 =$ _____, $3^3 \times (-2)^3 =$ _____;

③ $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)^3 =$ _____, $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 =$ _____.

(2) 将(1)中的规律用等式表示: _____, 用语言叙述: _____.

活动二:想一想 议一议

1. 一个边长为 a cm 的正方体铁盒,现将它的边长扩大为原来的 2 倍,所得铁盒的容积是多少? 尝试计算,并与同学交流.

2. 对于 $\left(\frac{1}{3}\right)^{200} \times 3^{200}$, 你有简便的计算方法吗?

3. n 是正整数, $(abc)^n =$ _____.

活动三:算一算 想一想

自学课本例 3、例 4,在积的乘方的计算过程中,你认为有哪些需要注意的地方? 与同学交流.

检测反馈

1. 下列计算是否正确? 正确的打“√”,错误的打“×”,并将错误的改正.

(1) $(ab^2)^2 = ab^4$ () _____; (2) $(3cd)^3 = 9c^3d^3$ () _____;

(3) $(-3a^3)^2 = -9a^6$ () _____; (4) $(-x^3y)^3 = -x^6y^3$ () _____.

2. 若 $(2a^mb^n)^3 = 8a^9b^{15}$ 成立,则 m, n 的值分别是 ()

A. $m=2, n=3$

B. $m=9, n=6$

C. $m=3, n=5$

D. $m=6, n=-3$

3. 计算:

(1) $(x^3y^3)^m$;

(2) $(-3pq)^2$;

(3) $(3 \times 10^4)^2$;

(4) $\left(-\frac{4}{3}ab^2c^3\right)^3$.

迁移运用

1. 填空:

(1) $\left(-\frac{1}{3}ab^2c\right)^2 =$ _____;

(2) $(-2xy^2)^3 =$ _____;

(3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{200} \times (-3)^{200} =$ _____;

(4) $(3a^2)^3 + (a^2)^2 \cdot a^2 =$ _____.

2. 填空:

(1) 已知 $(2x^m)^3 = ax^6$, 则 $a =$ _____, $m =$ _____;

(2) $(\quad)^3 = -27x^9y^3$; $(\quad)^2 = 4x^2y^4$.

(3) 若 $x^n = 2, y^n = 3$, 则 $(x^2y)^{2n} =$ _____.

3. 计算:

(1) $\left(\frac{5}{13}\right)^{2016} \times \left(2\frac{3}{5}\right)^{2017}$;

(2) $2(ab^2)^2 \cdot a^2 - (-2ab)^4 + (5a^2b)^2 \cdot b^2$.

4. 若 $a^m = a^n$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1, m, n$ 是正整数), 则 $m = n$. 试利用该结论解决问题:

(1) 如果 $2 \times 8^x \times 16^x = 2^{22}$, 求 x 的值;

(2) 如果 $(27^x)^2 = 3^8$, 求 x 的值.

5. 规定两个数 a, b 之间的一种运算, 记作 (a, b) : 如果 $a^c = b$, 那么 $(a, b) = c$. 例如: 因为 $2^3 = 8$, 所以 $(2, 8) = 3$.

(1) 根据上述规定, 填空: $(5, 125) =$ _____, $(-2, -32) =$ _____;

(2) 若 $(4, 5) = a, (4, 6) = b, (4, 30) = c$, 试说明等式 $a + b = c$ 成立的理由.

课时 4 同底数幂的除法(1)

目标导航

掌握同底数幂除法的运算法则,并会正确运用运算法则进行同底数幂的除法运算,经历探索同底数幂的除法运算法则的过程,进一步感受化归的思想方法.

问题导学

活动一:算一算 想一想

1. 计算(1) $\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) $\frac{3^4}{3^3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 计算下列各式,并说出每一步的计算依据.

(1) $2^6 \div 2^2$;

(2) $(-3)^6 \div (-3)^3$;

(3) $\left(\frac{1}{2}\right)^7 \div \left(\frac{1}{2}\right)^4$;

(4) $a^5 \div a^3$.

3. 思考上面的计算过程,猜想 $a^m \div a^n$ 等于多少. 与小组同学交流你的想法.

活动二:想一想 算一算

计算:

(1) $(-2)^6 \div 2^4$;

(2) $(a-b)^4 \div (a-b)^2$.

活动三:做一做 议一议

已知 $3^x=2, 3^y=5$. 求:

- (1) 27^x 的值;
 (2) 求 3^{2x-y} 的值.

检测反馈

1. 下列计算是否正确? 如有错误, 请改正.

- (1) $a^8 \div a^4 = a^2$ () _____; (2) $t^{10} \div t^9 = t$ () _____;
 (3) $m^5 \div m = m^5$ () _____; (4) $(-b)^6 \div (-b)^2 = -b^4$ () _____.

2. 若 $x^m \div x^{2n} = x$, 则 m, n 的关系是

()

- A. $m=2n$ B. $m=-2n$ C. $m-2n=1$ D. $m+2n=1$

3. 在括号内填上适当的指数:

- (1) $a^5 \div a^{()} = a^4$; (2) $(ab)^5 \div (ab)^{()} = a^3 b^3$.

4. 计算:

- (1) $4^3 \div 4$; (2) $\left(-\frac{1}{4}\right)^6 \div \left(-\frac{1}{4}\right)^2$;

- (3) $m^{22} \div m^2$; (4) $(-q)^6 \div (-q)$;

- (5) $(-ab)^7 \div (ab)^3$; (6) $(-x-y)^4 \div (x+y)^3$.

迁移运用

1. 填空:

(1) $27^3 \div 9^2 =$ _____;

(2) 已知 $3^n = 2, 3^m = 5$, 则 $3^{2m-3n} =$ _____.

2. 下列四个算式:

① $(-c)^4 \div (-c)^2 = -c^2$; ② $(-y)^6 \div (-y^4) = -y^2$; ③ $z^3 \div z = z^3$; ④ $a^{4m} \div a^m = a^4$.

其中, 计算错误的有

()

A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

3. 计算:

(1) $(y-x)^3 \div (x-y)^2$;

(2) $(x^2 \cdot x^m)^3 \div x^{2m}$;

(3) $m^4 + m^6 \div m^2$;

(4) $8^n \div 4^n$.

4. 阅读下列一段话, 并解决后面的问题.

观察下面一列数: 1, 2, 4, 8, ……我们发现, 这列数从第二项起, 每一项与它前一项的比值都是 2. 我们把这样的一列数称为等比数列, 这个共同的比值称为等比数列的公比.

(1) 等比数列 5, -15, 45, ……的第 4 项是 _____;

(2) 一个等比数列的第 2 项是 10, 第 3 项是 5, 求它的第 1 项和第 4 项;

(3) 如果一列数 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 是等比数列, 公比是 q , 那么根据上述规定有 $\frac{a_2}{a_1} = q, \frac{a_3}{a_2} = q,$

$\frac{a_4}{a_3} = q, \dots$ 所以 $a_3 = a_2 q = a_1 q \cdot q = a_1 q^2, a_4 = a_3 q = a_1 q^2 \cdot q = a_1 q^3, \dots$ 则 $a_n =$ _____

(用含 a_1 与 q 的代数式表示).

课时5 同底数幂的除法(2)

目标导航

感受有理数的零指数幂的性质和有理数的负整数指数幂的意义;能将负整数指数幂的运算转化为正整数指数幂的运算,会将小数或分数表示成幂的形式;在解决问题的过程中感受转化的数学思想.

问题导学

活动一:算一算 说一说

1. 计算:

(1) $2^3 \div 2^3 =$ _____; (2) $10^2 \div 10^2 =$ _____;

(3) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \div \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$ _____; (4) $a^3 \div a^3 =$ _____.

请与同学交流对 a^0 的认识($a \neq 0$).

2. 计算:

(1) $2^3 \div 2^4 =$ _____; (2) $10^2 \div 10^4 =$ _____;

(3) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \div \left(\frac{1}{2}\right)^5 =$ _____; (4) $a^2 \div a^5 =$ _____.

尝试用“负整数指数幂”表示结果,请与同学交流对 a^{-n} 的认识(n 是正整数). 将 a^{-n} 用正整数指数幂表示:_____.

活动二:算一算 议一议

1. 计算:

(1) $2^5 \div 2^3 =$ _____; (2) $10^2 \div 10^2 =$ _____; (3) $3 \div 3^3 =$ _____.

2. 通过以上活动,你对同底数幂的除法法则($a^m \div a^n = a^{m-n}$)中的指数 m 、 n 的取值范围是否有新的认识? 谈谈你的看法.

检测反馈

1. 填空:

(1) $(-2)^0 =$ _____;

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} =$ _____;

(3) $(\pi-3)^0 =$ _____;

(4) $\frac{1}{8} = (\quad)^{-3}$, $16 = (\quad)^{-4}$;

(5) 若 $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{4}{9}$, 则 $x =$ _____, 若 $1 = 0.01^x$, 则 $x =$ _____;

(6) 用小数表示 3.14×10^{-4} 为 _____.

2. 下列各式中, 计算正确的是 ()

A. $(a^5)^2 = a^7$ B. $2x^{-2} = \frac{1}{2x^2}$ C. $3a^2 \cdot 2a^3 = 6a^6$ D. $a^8 \div a^2 = a^6$

3. 计算:

(1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2$; (2) $(-3)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \div |-2|$.

迁移运用

1. 计算: $(-\pi)^0 + 2^{-2} =$ _____.

2. 若 $|x| = (x-1)^0$, 则 $x =$ _____.

3. 如果 $a = (-99)^0$, $b = (-0.1)^{-1}$, $c = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$, 那么 a, b, c 的大小关系为 ()

A. $a > b > c$ B. $c > a > b$ C. $a > c > b$ D. $c > b > a$

4. 把下列小数或分数写成负整数指数幂的形式:

(1) $\left(-\frac{1}{8}\right)$; (2) $0.000\ 1$; (3) $\frac{1}{64}$.

5. (1) 已知 $a = 2^{-44\ 444}$, $b = 3^{-33\ 333}$, $c = 5^{-22\ 222}$, 请用“ $<$ ”把它们按从小到大的顺序连接起来, 并说明理由.

(2) 请探索当 x 为何值时等式 $(2x+3)^{x+2\ 020} = 1$ 成立.

课时6 同底数幂的除法(3)

目标导航

能从不同角度感受和估计“较大数”与“较小数”;会用科学记数法表示绝对值小于1的数;进一步运用负整数指数幂的知识解决一些实际问题.

问题导学

活动一:查一查 比一比

你知道“纳米(nm)”吗? 上网查找有关“纳米(nm)”的知识,完成下列问题:

(1) 1 nm 有多长?

$$(2) 1 \text{ nm} = \frac{1}{(\quad)} \text{ m} = \frac{1}{10^{(\quad)}} \text{ m} = 10^{(\quad)} \text{ m};$$

(3) 如何用科学记数法表示 3 nm、7 nm 等于多少米? 如何表示 15 nm 等于多少米?

活动二:想一想 比一比

回顾课本七年级上册是如何用科学记数法来表示较大数据的,试完成下面的问题:

$$(1) 0.000\ 5 = 5 \times \frac{1}{(\quad)} = 5 \times \frac{1}{10^{(\quad)}} = 5 \times 10^{(\quad)};$$

(2) 试用科学记数法表示 0.000 000 001 56.

活动三:想一想 议一议

1. 通过上面的活动,可以发现将一个较大的正数或将一个较小的正数用科学记数法表示为 $a \times 10^n$ 时, a 的取值范围是_____.

2. 对于科学记数法的表示结果 $a \times 10^n$ 中指数 n 的确定,你发现是否有规律可循? 与同学交流.

检测反馈

1. 用科学记数法表示下列各数:

$$(1) 360\ 000\ 000 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) -2\ 730\ 000 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) 0.000\ 000\ 12 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(4) -0.000\ 000\ 901 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 写出下列各数的原数:

(1) $10^{-3} =$ _____;

(2) $1.2 \times 10^5 =$ _____;

(3) $2.05 \times 10^{-5} =$ _____;

(4) $-3 \times 10^{-9} =$ _____.

3. 若 $0.000\ 000\ 3 = 3 \times 10^x$, 则 $x =$ _____.

4. $0.000\ 000\ 108$ 用科学记数法表示为

()

A. 1.08×10^{-9}

B. 1.08×10^{-8}

C. 1.08×10^{-7}

D. 1.08×10^{-6}

5. 科学家发现一种病毒的直径约为 $0.000\ 040\ 3\ \text{m}$, 用科学记数法表示为 _____ m .

6. 已知一个小立方块的棱长为 $10^{-2}\ \text{m}$. 问:

(1) 这个小立方块的体积为多少立方米? (用科学记数法表示)

(2) 用多少个这种小立方块才能摆成一个棱长为 $1\ \text{m}$ 的大正方体?

迁移运用

1. 纳米是一种长度单位, $1\ \text{nm} = 10^{-9}\ \text{m}$, 已知某种花粉的直径为 $3\ 500\ \text{nm}$, 那么用科学记数法表示该种花粉的直径是 ()

A. $3.5 \times 10^{-4}\ \text{m}$

B. $3.5 \times 10^{-5}\ \text{m}$

C. $3.5 \times 10^{-9}\ \text{m}$

D. $3.5 \times 10^{-6}\ \text{m}$

2. 将 9.99×10^{-8} 、 1.001×10^{-9} 、 9.999×10^{-7} 按照从小到大排列, 并用“ $<$ ”连接: _____.

3. 光在真空中的传播速度约是 $3 \times 10^8\ \text{m/s}$, 光在真空中传播一年的距离称为光年. 请你计算:

(1) 1 光年约是多少千米? (一年以 $3 \times 10^8\ \text{s}$ 计算)

(2) 银河系的直径达 10 万光年, 约是多少千米?

(3) 如果一架飞机的飞行速度为 $1\ 000\ \text{km/h}$, 那么光的速度是这架飞机速度的多少倍?

课时7 小结与思考

目标导航

进一步理解幂的有关概念,熟练掌握幂的有关运算的性质,并会利用运算性质进行计算;能说出零指数幂、负整数指数幂的意义,能用科学记数法表示绝对值小于1的数;感受从具体到抽象、特殊到一般的思考问题的方法,领悟转化、化归等数学思想.

问题导学

活动一:试一试 想一想

- (1) 完成本章的知识结构图,并利用知识结构图回忆全章的知识点及它们之间的关系.
- (2) 在规定了零指数幂、负指数幂的意义后,同底数幂的乘法和除法、幂的乘法和积的乘法的运算性质中的指数 m 、 n 的取值范围是否可以为整数?

活动二:算一算 做一做

$$(1) (-2^2)^3 + 2^2 \times 2^4 + \left(\frac{1}{125}\right)^0 + |-5| - \left(\frac{1}{7}\right)^{-1};$$

$$(2) a^2 \cdot a^3 + (-a)^5 - a \cdot (a^2)^2 + 2[(a^4)^2 \div a^3].$$

以上两道算式中涉及了哪些运算? 各算式在计算时要用到哪些运算性质? 又需按照怎样的运算顺序进行?

活动三:忆一忆 写一写

1. 回顾如何用科学记数法来表示一个较大的数或一个较小的数,有哪些需要注意的问题? 用科学记数法表示下列各数:

$$(1) 1\,500\,000\,000;$$

$$(2) 23\,600\,000\,000;$$

$$(3) 0.002\,008;$$

$$(4) 0.000\,007\,7.$$

2. 梳理本章学过的幂的运算的有关性质,尝试解决下面问题:

(1) 已知 $10^m=4$, $10^n=5$,求 10^{3m+2n} 的值;

(2) 若 $x=2^m+1$, $y=3+4^m$,则用含 x 的代数式表示 y , $y=$ _____;

(3) $-x^n$ 与 $(-x)^n$ 的关系是_____.

检测反馈

1. 填空:

(1) $2^2 \cdot (-2)^3 =$ _____, $\left(\frac{1}{2}\right)^0 \times 3^{-2} =$ _____, $(-0.25)^{2017} \times 4^{2018} =$ _____;

(2) $a^5 \cdot a \div a^2 =$ _____, $(x-y)(y-x)^2(x-y)^3 =$ _____, $(a^2)^m \div a^m =$ _____.

(3) 设 $x=3^m$, $y=27^{m+2}$,若用含 x 的代数式表示 y ,则 $y=$ _____.

2. 选择:

(1) 计算 $[-2(-x^{n-1})]^3$ 的结果是 ()

A. $-2x^{3n-3}$

B. -6^{n-1}

C. $8x^{3n-3}$

D. $-8x^{3n-3}$

(2) 下列各式中,计算正确的是 ()

A. $(ab^4)^2 = ab^8$

B. $2y^2 \cdot 3y^5 = 6y^{10}$

C. $(-x)^2 \cdot (-x)^4 = -x^6$

D. $(a^3b^3)^2 = (a^2b^2)^3$

(3) 用科学记数法表示 0.000 000 002 5,正确的是 ()

A. 2.5×10^{-8}

B. 2.5×10^{-9}

C. 2.5×10^{-10}

D. 2.5×10^9

3. 计算:

(1) $\left(-\frac{1}{2}a^5b^2\right)^3$;

(2) $(-x)^3 \div x \cdot (-x)^2$;

(3) $-10^{2n} \times 100 \div (-10)^{2n-1}$;

(4) $(-9)^3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3$.

4. 先化简,再求值: $a^3(-b^3)^2 + \left(-\frac{1}{2}ab^2\right)^3$,其中 $a=\frac{1}{4}, b=4$.

迁移运用

1. 计算:

$$(1) -2^{100} \times 0.5^{100} \times (-1)^{999}; \quad (2) (-2a)^6 - (-3a^3)^2 - [-(2a)^2]^3.$$

2. 已知 m 为正整数,且 $4 \times 8^m \times 16^m = 4^8$. 求 m 的值.

3. 已知 $a=2^{-555}, b=3^{-444}, c=6^{-222}$,请用“ $>$ ”把 a, b, c 连接起来,并说明理由.

4. 在一次救灾行动中,大约有 2.5×10^5 人需要安置. 假如一顶帐篷占地 100 m^2 ,帐篷内可以放置 40 个床位,若将上述受灾的人都进行安置,则需要多少顶帐篷?这些帐篷大约要占多大面积?

第9章

整式乘法与因式分解

课时1 单项式乘单项式

目标导航

知道单项式乘法的依据,理解单项式乘单项式的算理,会进行单项式乘单项式的运算;经历探索单项式乘单项式运算法则的过程,感受归纳思想.

问题导学

活动一:想一想

(1) 观察课本中的“电视墙”,你能计算出它的面积吗? 你能用几种方法计算? 试试看.

(2) 对于上面计算的结果你有什么发现? 与同伴交流.

活动二:算一算

1. $3a \cdot 2b$ 可以写成 $(2 \times 3) \times (a \cdot b)$ 吗? 依据是什么?

2. 尝试计算下列各题.

(1) $4ab^2 \cdot 5b$;

(2) $6x^3 \cdot (-2x^2y^2)$;

(3) $2a^2b \cdot 3ab^2$.

3. 通过以上的探究,你能总结出如何计算单项式乘单项式吗?

活动三:试一试

1. 利用单项式乘单项式的运算法则计算下列各式.

(1) $\frac{1}{3}a^2 \cdot (-6ab)$;

(2) $(2x)^3 \cdot (-3xy^2)$.

2. 你认为在解题中要注意哪些问题? 与同伴交流.

检测反馈

1. 填空:

$$(1) (\quad) \cdot (-3xy) = -12x^2y;$$

$$(2) \frac{3}{4}a^2b^3 \cdot (\quad) = -\frac{3}{4}a^3b^3c;$$

$$(3) (-2xy^2) \cdot (\quad) = 8xy^2z;$$

$$(4) (\quad) \cdot (-3a)^2 = 18a^3b.$$

2. 计算:

$$(1) \frac{3}{4}a^2b^3 \cdot \left(-\frac{8}{9}abc\right);$$

$$(2) 3a^2bc \cdot \left(-\frac{1}{7}ab\right);$$

$$(3) 0.1abc \cdot 10ab^2c;$$

$$(4) -8a^2b \cdot (-a^3b^2) \cdot \frac{1}{4}b^2.$$

3. 计算:

$$(1) -(x^2)^2 \cdot (2xy^2)^3;$$

$$(2) (a^2)^2 \cdot (-2ab);$$

$$(3) (-x^2) \cdot 2x \cdot (-5x)^3;$$

$$(4) (2x^2)^3 \cdot (-3xy^2).$$

迁移运用

1. 某卫星绕地球运行的速度是 7.9×10^3 m/s, 求卫星绕地球运行 2×10^2 s 经过的路程.

2. 已知 $3x^n y^5$ 与 $8x^3 y^{2m}$ 的积是 $2x^4 y^9$ 的同类项, 求 m, n 的值.

课时 2 单项式乘多项式

目标导航

知道利用乘法分配律可以将单项式乘多项式转化成单项式乘单项式,会进行单项式乘多项式的运算;经历探索单项式乘多项式法则的过程,感受转化思想的应用.

问题导学

活动一:想一想

1. 观察课本 69 页的图 9-2.

(1) 你能用哪些方法来计算大长方形的面积? 尝试用代数式将你的想法表达出来.

(2) 你列的几个代数式之间有何数量关系?

(3) 用乘法分配律计算 $a(b+c+d)$, 结果与(2)中得到的结论矛盾吗?

2. 一长方形的长和宽分别为 $2a$ 和 $(b-c)$, 尝试用不同的方法计算这个长方形的面积.

3. 根据以上探索, 你认为应如何进行单项式与多项式的乘法运算?

活动二:做一做

计算: (1) $3ab(2a^2b+ab-1)$; (2) $(3x^ny-2xy^2+xy^{m+1}) \cdot (-2xy)$.

活动三:议一议

根据以上探索, 你认为进行单项式与多项式的乘法运算时要注意什么? 与同伴交流.

检测反馈

1. 填空:

(1) $3a(2a^2-3a-2)=$ _____; (2) $-\frac{1}{5}x(3x^2-4x+5)=$ _____;

(3) $(-2ab)^2 \cdot (3a^2b-2ab-4b^3)=$ _____.

2. 计算:

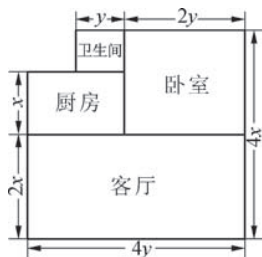
$$(1) 3x(1-x)+4x(x-3);$$

$$(2) 5a+2[a-2(1-2a)].$$

3. 解方程: $2m(3m-5)+3m(1-2m)=14$.

迁移运用

- 要使 $(x^2+ax-1)(-2x^3)$ 的展开式中不含 x^4 项, 则 a 的值为_____.
- 一住宅的室内平面图如图, 主人打算把卧室以外的部分铺上地砖, 至少需要多少平方米的地砖? 如果某种地砖的价格是每平方米 a 元, 那么购买所需的地砖至少需要多少元?



(第2题)

3. 阅读下列文字, 并解决问题.

已知 $x^2y=3$, 求 $2xy(x^5y^2-3x^3y-4x)$ 的值.

分析: 考虑到满足 $x^2y=3$ 的 x 、 y 的可能值较多, 不可能逐一代入求解, 故考虑运用整体思想, 将 $x^2y=3$ 整体代入.

解: $2xy(x^5y^2-3x^3y-4x)=2x^6y^3-6x^4y^2-8x^2y=2(x^2y)^3-6(x^2y)^2-8x^2y=2\times 3^3-6\times 3^2-8\times 3=-24$.

请你用上述方法解决问题: 已知 $ab=3$, 求 $(2a^3b^2-3a^2b+4a)\cdot(-2b)$ 的值.

课时 3 多项式乘多项式

目标导航

理解和掌握多项式乘多项式法则,熟练运用法则进行多项式与多项式的乘法运算,知道使用符号可以进行运算和推理,得到的结论具有一般性;感悟数与形的关系,体会式子恒等变形的和谐美、简洁美.

问题导学

活动一:想一想

1. 单项式乘单项式、单项式乘多项式的法则分别是什么?
2. 如果把 $m(c+d)=mc+md$ 中的 m 换成 $(a+b)$,你能计算 $(a+b)(c+d)$ 吗? 如果能,请将过程写出来.
3. 观察课本 72 页的图 9-4,用不同的方法表示这个长方形的面积,并说一说你认为应如何进行多项式与多项式的乘法运算.

活动二:做一做

计算:(1) $(m-1)(m+3)$; (2) $(3a+2)(a+4)$.

活动三:试一试

判断下列运算的结果是否正确,如果不正确,请指出并改正.

- (1) $(a-b)(-c-d)=ac-ad-bc+bd$; (2) $(2n+5)(n-3)=2n^2-6n-5n-15$;
- (3) $(2a+b)^2=4a^2+b^2$; (4) $(x+3)(x-3)=x^2-9$.

检测反馈

1. 填空:

- (1) $(x-2)(x+1)=$ _____;
- (2) 若 $(x+m)(x+2)=x^2-6x+n$,则 $m=$ _____, $n=$ _____;

(3) 三个连续偶数,中间一个数为 n ,它们的积是_____;

(4) 长方形一边长为 $(3m+2n)$,另一边比该边长 $(m-n)$,这个长方形的面积是_____.

2. 计算:

(1) $(2m+5)(3m-1)$;

(2) $(2x-5y)(3x-y)$;

(3) $(m+2)(m^2-2m+4)$;

(4) $3(x+2)(x-2)-(x-1)(3x+4)$.

3. 先化简,再求值: $(a+3)(a-1)+a(a-2)$,其中 $a=-1$.

迁移运用

1. 已知 $a+b=5$, $ab=4$,求 $(a+1)(b+1)$ 的值.

2. 若 $(x^2-mx+1)(x-2)$ 的积中不含 x 的二次项,求 m 的值.

3. 你能化简 $(x-1)(x^{99}+x^{98}+\cdots+x+1)$ 吗? 遇到这样的复杂问题时,我们可以先从简单的情形入手,然后归纳出化简的规律.

(1) 分别化简下列各式:

$(x-1)(x+1)=$ _____;

$(x-1)(x^2+x+1)=$ _____;

$(x-1)(x^3+x^2+x+1)=$ _____;

$\vdots$

$(x-1)(x^{99}+x^{98}+\cdots+x+1)=$ _____.

(2) 请你利用上面的结论计算:

$2^{99}+2^{98}+\cdots+2+1$.

课时 4 乘法公式(1)

目标导航

探索并推导完全平方公式,并能运用公式进行简单的计算;通过图形面积的计算,感受乘法公式的直观解释;感悟数形结合的思想,经历探索完全平方公式的过程,发展符号意识和推理能力.

问题导学

活动一:做一做

1. 观察并计算课本图 9-5 的面积;完成《数学实验手册》(七年级下册)“实验 9 拼图——理解整式乘法的意义”的第 1 个活动,并总结你发现的公式.

2. 请你直接写出下列式子的计算结果,并尝试用文字语言叙述这两个等式.

$$(a+b)^2 = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(a-b)^2 = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}.$$

活动二:议一议

请你尝试用不同的方法计算 $(a+b+c)^2$, 并与同伴交流.

检测反馈

1. 填空:

$$(1) (2a+b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}; \quad (2) (2x+3y)^2 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) (2a^2-3b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}; \quad (4) \left(4a-\frac{1}{3}b\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(5) \left(-\frac{1}{2}a+4\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}; \quad (6) \left(-5a-\frac{1}{5}b\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(7) (a+b)^2 - (a-b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 填空:

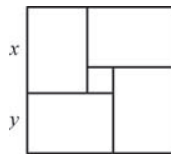
(1) $(\underline{\quad} + 4)^2 = x^2 + \underline{\quad} + 16$; (2) $(3a - \underline{\quad})^2 = 9a^2 + \underline{\quad} + 4b^2$;

(3) $\left(4x - \frac{1}{2}y\right)^2 = 16x^2 + \frac{1}{4}y^2 + \underline{\quad}$; (4) $(\underline{\quad} - \underline{\quad})^2 = a^2 - ab + \underline{\quad}$.

3. 计算:

(1) $\left(\frac{1}{2}x + 2y\right)^2 + \left(\frac{1}{2}x - 2y\right)^2$; (2) 199^2 ; (3) $(a - b + c)^2$.

迁移运用

1. 如果 $x^2 + kxy + 9y^2$ 可以写成一个多项式的完全平方, 那么常数 $k = \underline{\quad}$.2. 用四个完全一样的长方形和一个小正方形拼成如图所示的大正方形, 若大正方形的面积是 144, 小正方形的面积是 4. 其中 x, y 分别表示长方形的长和宽 ($x > y$), 则下列关系式中, 不正确的是 ()

(第2题)

A. $x + y = 12$

B. $x - y = 2$

C. $xy = 35$

D. $x^2 + y^2 = 144$

3. 已知 $x + y = 2, xy = 1$, 求 $(x + y)^2$ 和 $x^2 + y^2$ 的值.4. 已知 $a - b = 7, ab = 2$, 求 $a^2 + b^2$ 和 $(a + b)^2$ 的值.

课时 5 乘法公式(2)

目标导航

能够推导平方差公式,并能应用公式进行简单的计算;经历探索平方差公式的过程,进一步感悟数与形的关系,发展符号意识和推理能力.

问题导学

活动一:想一想

1. 完成《数学实验手册》(七年级下册)“实验 9 拼图——理解整式乘法的意义”的第 2 个活动.

2. 你能用多项式的乘法法则计算 $(a+b)(a-b)$ 吗?

3. 直接写出计算结果,并用文字语言叙述该公式.

$$(a+b)(a-b) = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}.$$

活动二:做一做

1. 判断下列各式是否可以利用平方差公式计算,并求出结果.

(1) $(x+2y)(2x-y)$;

(2) $(n-m)(m+n)$;

(3) $(2a+b)(-2a-b)$;

(4) $(-x+3y)(-x-3y)$.

2. 平方差公式的特点是什么?使用时要注意什么?

检测反馈

1. 判断正误(正确的打“√”,错误的打“×”):

(1) $(4x+3b)(4x-3b)=4x^2-3b^2$; ()

(2) $(3a-bc)(-bc-3a)=b^2c^2-9a^2$; ()

(3) $(4x+3b)(4x-3b)=16x^2-9$; ()

(4) $(3p+5)(3q-5)=9pq-25$; ()

(5) $(-2a+3b)(-3b+2a)=4a^2-9b^2$; ()

(6) $(x-6)(x+6)=x^2-6$. ()

2. 填空:

(1) $(a+2)(\quad)=a^2-4$; (2) $(\quad)(5-x)=25-x^2$;

(3) $(2a+4b)(\quad)=16b^2-4a^2$; (4) $(x^n+y^n)(\quad)=x^{2n}-y^{2n}$;

(5) $(\quad)(\quad)=169x^2-196y^2$; (6) $(m^2-5n)(5n+m^2)=(\quad)$;

(7) $(a+b-c-d)(a-b-c+d)=[(\quad)+(\quad)][(\quad)-(\quad)]$.

3. 运用平方差公式计算:

(1) $(3p+5)(3p-5)$; (2) $(m-n)(-n-m)$;

(3) $(4n-3m)(3m+4n)$; (4) $(2m-3n)(3n+2m)$;

(5) $(-2x+3y)(-3y-2x)$; (6) $99\frac{4}{5}\times 100\frac{1}{5}$.

迁移运用

1. 用简便方法计算:(1) 175^2-75^2 ; (2) $2\,016^2-2\,015\times 2\,017$.2. 用简便方法计算: $(2+1)\times(4+1)\times(16+1)\times(256+1)$.

课时 6 乘法公式(3)

目标导航

能熟练掌握乘法公式,用乘法公式进行相关计算;在运用乘法公式的过程中,感悟公式的逆用与整体转化的数学思想.

问题导学

活动一:想一想

请用文字语言叙述乘法公式,并用字母表示出来.请与同学交流.

活动二:做一做

1. 课本例 5 中的两个算式是如何计算的? 用的是什麼方法?

请你尝试计算:

$$(1) (-1+3x)(9x^2+1)(3x+1); \quad (2) (2x-3y)^2(2x+3y)^2.$$

2. 课本中例 6 的算式是如何计算的? 用的是什麼方法?

请你尝试计算: $(2x-3y)^2 - (5y+x)(5y-x)$.

3. 思考课本中例 7 的算式是如何计算的? 用的是什麼方法?

请你尝试填空:

$$(1) (a+b+c)(a+b-c) = [(\quad) + (\quad)][(\quad) - (\quad)];$$

$$(2) (a-b+c)(a+b-c) = [(\quad) + (\quad)][(\quad) - (\quad)];$$

$$(3) (a+b+c)(a-b-c) = [(\quad) + (\quad)][(\quad) - (\quad)].$$

检测反馈

1. 已知 $(3x+2y)^2 = (3x-2y)^2 + A$, 则代数式 A 等于 ()

A. $-12xy$

B. $12xy$

C. $24xy$

D. $-24xy$

2. 已知 $x^2 - y^2 = 12$, $x + y = 6$, 则 $x - y = \underline{\hspace{2cm}}$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 利用乘法公式计算:

(1) $(x+1)(x-1)(x^2+1)(x^4+1)$;

(2) $(3x+2)^2 - (3x-5)^2$;

(3) $(x-2y+1)(x+2y-1)$;

(4) $(a-3b-2c)(a-3b+2c)$.

迁移运用

1. 先化简,再求值: $(2x+3)(2x-3)-4x(x-1)+(x-2)^2$,其中 $x=-2$.

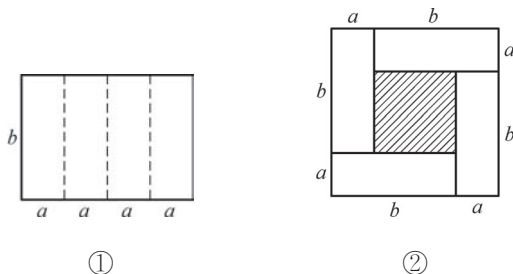
2. 图①是一个长为 $4a$ 、宽为 b 的长方形纸片,将其沿图中虚线平均剪成四个小长方形,然后拼成如图②所示的正方形.

(1) 图②中的阴影部分正方形边长可表示为_____ (填序号).

① $a+b$; ② $b-a$; ③ $(a+b)(b-a)$.

(2) 由图②直接写出 $(a+b)^2$ 、 $(b-a)^2$ 、 ab 之间的一个等量关系:_____.

(3) 根据(2)中的结论,解决下列问题:已知 $x+y=8$, $xy=2$,求 $(x-y)^2$ 的值.



(第2题)

课时 7 多项式的因式分解(1)

目标导航

了解因式分解的意义,会用提公因式法进行因式分解;经历通过整式乘法逆向得出因式分解方法的过程,体会单项式乘多项式与提取公因式之间的联系,发展逆向思维和推理能力.

问题导学

活动一:做一做

1. 计算: $375 \times 2.8 + 375 \times 4.9 + 375 \times 2.3$. 你有简便的方法吗? 依据是什么?

2. 能把 $ab+ac+ad$ 写成积的形式吗? 这种变形的依据是什么? 与学过的哪个知识有联系? 有怎样的联系?

活动二:议一议

1. 找出下列多项式各项的公因式,并思考如何找多项式的公因式.

(1) a^2b+ab^2 ; (2) $3x^2-6x^3$; (3) $9abc-6a^2b^2+12abc^2$.

2. 下列各式由左到右的变形,哪些是因式分解? 哪些不是? 为什么? 并思考因式分解与整式的乘法有何关系.

(1) $am-bm=m(a-b)$; (2) $24xy+16xy^2=8xy(3+2y)$;

(3) $2a(a+3b)=2a^2+6ab$; (4) $t^2+2t-8=t(t+2)-8$.

检测反馈

1. 分解因式 $16ab^2-48a^2b$, 提取的公因式是_____.

2. 若 m, n 互为相反数, 则 $5m+5n-5=$ _____.

3. 下列式子由左到右的变形中, 属于因式分解的是 ()

A. $(x+2y)^2=x^2+4xy+4y^2$

B. $x^2-2y+4=(x-1)^2+3$

C. $3x^2-2x-1=(3x+1)(x-1)$

D. $m(a+b+c)=ma+mb+mc$

4. 已知代数式 $3x^2-4x+6$ 的值为 9, 则 $x^2-\frac{4}{3}x+2$ 的值为 ()

A. 9

B. 8

C. 2

D. 3

5. 下列各数中,能整除 $(-8)^{2019}+(-8)^{2018}$ 的是 ()

A. 3

B. 5

C. 7

D. 9

6. 把下列各式分解因式:

(1) $18a^3bc-45a^2b^2c^2$;

(2) $-20a-15ab$;

(3) $18x^{n+1}-24x^n$;

(4) $(m+n)(x-y)+(m+n)(x+y)$;

(5) $15(a+b)^2+3y(b+a)$;

(6) $2a(b-c)^2+3(c-b)^2$.

7. 计算:

(1) $39 \times 37 - 13 \times 91$;

(2) $29 \times 20.09 + 72 \times 20.09 + 13 \times 20.09 - 20.09 \times 14$.

迁移运用

1. 已知 $2x-y=\frac{1}{3}$, $xy=2$, 求 $2x^4y^3-x^3y^4$ 的值.

2. 求 $x(a-x)(a-y)-y(x-a)(y-a)$ 的值, 其中 $a=3, x=2, y=4$.

课时 8 多项式的因式分解(2)

目标导航

理解平方差公式的意义,掌握公式的形式和特征,会运用平方差公式分解因式;通过对比乘法公式和公式法因式分解的联系,进一步发展逆向思维.

问题导学

活动一:想一想

1. 在下列括号内填写适当的式子,使等式成立:

- (1) $(a+1)(a-1)=(\quad)$; (2) $(2a+5b)(2a-5b)=(\quad)$;
 (3) $a^2-4=(a+2)(\quad)$; (4) $9m^2-4n^2=(\quad)(\quad)$.

2. 从以上解答中,你有什么发现?

活动二:议一议

1. 有下列等式:① $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, ② $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

- (1) ①式反映了什么数学过程?
 (2) ②式反映了什么数学过程?
 (3) 我们已经学习了用提公因式法来分解因式,在②式的左边有公因式吗? 这说明了什么?

2. 把乘法公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 反过来得_____.

我们可以运用这个公式对某些多项式进行分解因式,这种方法叫运用平方差公式法.

- (1) 等式左边的特征:_____;
 (2) 等式右边的特征:_____.

活动三:做一做

下列多项式可以用平方差公式分解因式吗? 若能,请写出来.

- (1) x^2-y^2 ; (2) x^2+y^2 ; (3) $-x^2-y^2$;
 (4) $-x^2+y^2$; (5) $64-a^2$; (6) $4x^2-9y^2$.

检测反馈

1. 下列分解因式是否正确? 若不正确, 请给出正确结果.

(1) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$;

(2) $9 - 25a^2 = (3+25a)(3+25b)$;

(3) $-4a^2 + 9b^2 = (-2a+3b)(-2a-3b)$.

2. 把下列各式分解因式:

(1) $36 - x^2$;

(2) $a^2 - \frac{1}{16}b^2$;

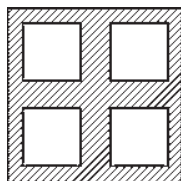
(3) $-\frac{1}{9} + y^2$;

(4) $25(a+b)^2 - 4(a-b)^2$;

(5) $(y+1)^2 - 16$;

(6) $(x+y)^2 - (a+b)^2$.

3. 如图, 在一个边长为 a 的正方形木板上, 锯掉四个边长为 b 的小正方形. 请你计算当 $a = 18 \text{ cm}$ 、 $b = 6 \text{ cm}$ 时, 剩余部分的面积.



(第3题)

迁移运用

1. 已知 $x^2 - y^2 = -1$, $x + y = \frac{1}{2}$, 求 $x - y$ 的值.

2. 在日常生活中, 常需要密码, 如取款、上网等. 有一种产生密码的方法叫“因式分解法”. 该方法的原理是: 如, 对于多项式 $x^4 - y^4$, 因式分解的结果是 $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$, 当取 $x = 9$ 、 $y = 9$ 时, 各个因式的值是 $(x-y) = 0$ 、 $(x+y) = 18$ 、 $(x^2+y^2) = 162$, 于是就可以把“018162”作为一个密码. 对于多项式 $4x^3 - xy^2$, 当取 $x = 15$ 、 $y = 2$ 时, 用上述方法产生的密码是: _____ (写出一个即可).

课时 9 多项式的因式分解(3)

目标导航

了解完全平方公式的特征,会用完全平方公式进行因式分解;经历由整式乘法逆向得出因式分解方法的过程,发展逆向思维和推理能力.

问题导学

活动一:做一做

1. 在括号内填上适当的式子,使等式成立:

$$(1) (a+b)^2 = (\quad);$$

$$(2) (a-b)^2 = (\quad);$$

$$(3) a^2 + (\quad) + 1 = (a+1)^2;$$

$$(4) a^2 - (\quad) + 1 = (a-1)^2.$$

2. 思考:

(1) 你解答上述问题的根据是什么?

(2) 第 1 题中(1)(2)两式与(3)(4)两式的变形过程有什么不同?

活动二:议一议

把乘法公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 反过来就得到_____;

把乘法公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 反过来就得到_____.

1. 得到的两公式左边是几项式? 与平方差公式比较,这个式子有什么特点?

2. 公式中的 a, b 可不可以是任意的数、字母或多项式?

检测反馈

1. 下列多项式能写成一个整式平方的形式吗? 若不能,请说明理由.

$$(1) 4x^2 + 4x - 1;$$

$$(2) 1 - 4x - 4x^2;$$

$$(3) -4x + 4x^2 + 1;$$

(4) x^2+x+1 ; (5) $-x+x^2-\frac{1}{4}$; (6) $x^2+\frac{1}{4}y^2-xy$.

2. 下列能直接用完全平方公式分解因式的是 ()

A. $x^2+2xy-y^2$ B. $-x^2+2xy+y^2$ C. x^2+xy+y^2 D. $\frac{1}{4}x^2-xy+y^2$

3. 填空:

(1) 若 $100x^2+kxy+49y^2$ 可以分解成 $(10x-7y)^2$, 则 k 的值为_____;

(2) 如果 $x^2+mx+16$ 可以用完全平方公式来分解因式, 那么常数 m 的值为_____;

(3) 如果 $a^2-8ab+16b^2=0$, 且 $b=2.5$, 那么 $a=_____$.

4. 把下列各式分解因式:

(1) $4a^2+4a+1$; (2) $1-6y+9y^2$; (3) $1+m+\frac{m^2}{4}$;

(4) $4x^2-12xy+9y^2$; (5) $\frac{m^2}{9}+\frac{2mn}{3}+n^2$; (6) $(x+y)^2-10(x+y)+25$;

迁移运用

1. 利用因式分解计算:

(1) $34^2+34\times 32+16^2$;

(2) $38.9^2-2\times 38.9\times 48.9+48.9^2$.

2. 已知 $a^2-2a+b^2+4b+5=0$, 求 $(a+b)^{2017}$ 的值.

课时 10 多项式的因式分解(4)

目标导航

进一步熟悉用提公因式法、平方差公式、完全平方公式分解因式,能根据多项式的特点选择较合理的分解因式的方法;知道因式分解的规范与方法步骤.

问题导学

活动一:做一做

1. 简便计算:

(1) $65.5^2 - 34.5^2$;

(2) $101^2 - 2 \times 101 \times 1 + 1$;

(3) $48^2 + 48 \times 24 + 12^2$;

(4) $5 \times 55^2 - 5 \times 45^2$.

2. 思考:

(1) 在上述计算过程中,你用到了哪些因式分解的方法?

(2) 第 1 题的计算中,(3)和(4)能直接用公式吗?

3. 分解因式:

(1) $4a^4 - 100$;

(2) $a^4 - 2a^2b^2 + b^4$.

4. 在 $4a^4 - 100 = (2a^2 + 10)(2a^2 - 10)$ 与 $a^4 - 2a^2b^2 + b^4 = (a^2 - b^2)^2$ 的分解因式过程中,你认为 $(2a^2 + 10)(2a^2 - 10)$ 和 $(a^2 - b^2)^2$ 这两个结果是因式分解的最终结果吗? 如果不是,你认为还可以怎样分解?

活动二:议一议

把下列各式分解因式:

(1) $ab^2 - 2a^2b - ab$; (2) $a^2 - 1$; (3) $a^2b^2 - 4ab + 4$; (4) $a^3 - a$.

检测反馈

1. 将下列多项式分解因式后,结果含有相同因式的是 ()

① $16x^5 - x$; ② $(x-1)^2 - 4(x-1) + 4$; ③ $(x+1)^4 - 4x(x+1)^2 + 4x^2$; ④ $-4x^2 - 1 + 4x$.

A. ①② B. ③④ C. ①④ D. ②③

2. 分解因式:

(1) $-2xy - x^2 - y^2$; (2) $3ax^2 + 6axy + 3ay^2$; (3) $\frac{1}{3}x^2 - 3y^2$;

(4) $x^4 - 81$; (5) $(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$; (6) $(x^2 - 2y)^2 - (1 - 2y)^2$.

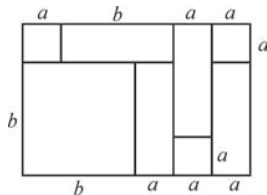
迁移运用

1. 下面是小明的探究过程:

$$x^4 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 = (x^4 + 4x^2 + 4) - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 = (x^2 + 2x + 2) \cdot (x^2 - 2x + 2).$$

仿照小明的做法,把 $x^4 + x^2 + 1$ 分解因式.

2. 通过计算图形的面积可以对整式进行因式分解. 如图所示的大长方形是由边长为 a 、 b 的长方形,边长为 a 的正方形,边长为 b 的正方形拼成的. 根据图形,分解因式: $3a^2 + 4ab + b^2$.



(第2题)

课时 11 拼图 公式

目标导航

经历从具体问题抽象出数学问题—建立模型—综合运用已有知识解决问题的过程,获得研究问题与合作交流的经验;通过拼图活动,经历观察、比较、计算、推理等过程,发展有条理地思考和表达的能力.

问题导学

活动一:想一想

回忆本章是如何通过拼图的方法来探究单项式乘单项式(如 $3a \times 3b$)、单项式乘多项式[如 $a(b+c+d)$]、多项式乘多项式[如 $(a+b)(c+d)$]以及平方差公式(a^2-b^2)、完全平方公式($a^2+2ab+b^2$)的. 与同学交流.

活动二:做一做

准备纸片 A: $a \text{ cm} \times a \text{ cm}$ 、纸片 B: $b \text{ cm} \times b \text{ cm}$ 以及纸片 C: $a \text{ cm} \times b \text{ cm}$ 各若干张(图 9-1).

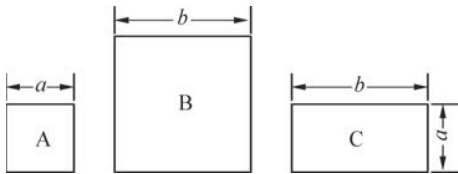


图 9-1

(1) 分别选取纸片 A 1 张、纸片 B 1 张、纸片 C 2 张,把它们拼接成一个长方形或正方形,并解释这个长方形或正方形的面积的代数意义和获得的等式.

(2) 根据下面给出的整式选取纸片,拼成一个长方形或正方形,并通过计算它们的面积对相应的整式进行恒等变形.

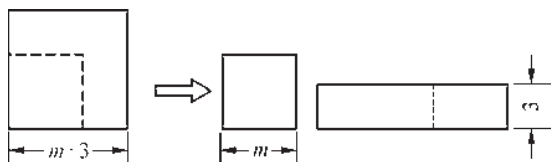
① $(a+b)(2a+b)$;

② $a^2+4ab+4b^2$.

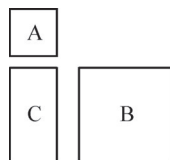
(3) 任意写一个关于 a, b 的二次三项式,如 $a^2+4ab+3b^2$,试用拼图的方法,把这个二次三项式因式分解.

检测反馈

1. 如图,边长为 $(m+3)$ 的正方形纸片剪去一个边长为 m 的正方形之后,剩余部分又剪拼成一个矩形(不重叠、无缝隙),若拼成的矩形一边长为3,则另一边长是 ()

A. $2m+3$ B. $2m+6$ C. $m+3$ D. $m+6$ 

(第1题)



(第2题)

2. 现有足够多如图所示的边长为 a 的小正方形纸片 A、边长为 b 的大正方形纸片 B 以及长为 b 、宽为 a 的长方形纸片 C.

(1) 取_____张纸片 A, _____张纸片 B, _____张纸片 C 可拼成一个长方形,使其面积为 $(a+b)(a+2b)$,画出图形并根据图形回答: $(a+b)(a+2b)=$ _____.

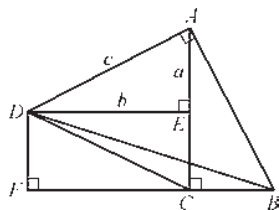
(2) 取其中的若干张(三种纸片都要取到)拼成一个长方形,使其面积为 $a^2+5ab+nb^2$.

① n 可取的整数值为_____,画出其中的一个图形;

② 根据所画图形可将多项式 $a^2+5ab+_____b^2$ 分解成两个因式的积为_____.

迁移运用

把几个图形拼成一个新的图形,再通过图形面积的计算,常常可以得到一些有用的式子. 将两个边长分别为 a 、 b 、 c 的直角三角形按如图所示的位置摆放,其中 $\angle DAB=90^\circ$,连接 DB ,过点 D 作边 BC 上的高 DF . 若用不同的方法计算这个图形的面积,你能发现什么?



课时 12 小结与思考

目标导航

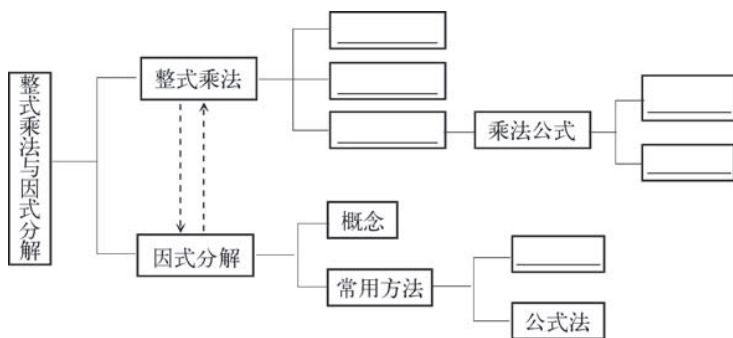
进一步理解本章的有关内容,掌握运算法则,并会应用法则进行运算、因式分解;进一步感受从图形面积计算得出乘法法则、乘法公式的过程;感受整式乘法与因式分解的几何背景,提高对两者关系的认识.

问题导学

活动:回顾与梳理

通读本章内容,思考以下问题:

(1) 完成框图,并利用框图回忆全章的知识点及它们之间的关系.



(2) 你认为本章渗透的数学思想是什么? 请你尝试用图形面积解释整式乘法法则和因式分解的方法.

(3) 计算 $(2a+b)^2 - (a-b)^2$ 的结果是_____. 如果将其因式分解,那么结果是_____. 你能从中感受到两者的关系吗? 与同伴交流.

检测反馈

- 计算 $(-2a^3)^5 \div (-2a^5)^3$ 的结果是 ()
A. -4 B. -2 C. 2 D. 4
- 有下列计算:① $a^5 + a^5 = a^{10}$; ② $(a+b)^3 = a^3 + b^3$; ③ $(-a+b)(-a-b) = a^2 - b^2$; ④ $(a-b)^3 = -(b-a)^3$. 结果正确的有 ()
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个
- 若多项式 $x^2 + ax - 28$ 分解因式为 $(x-4)(x+7)$, 则 a 的值是 ()
A. -11 B. -3 C. 3 D. 11
- 下列各式中,是完全平方式的是 ()
A. $m^2 - mn + n^2$ B. $x^2 - 2x - 1$ C. $x^2 + 2x + \frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4}b^2 - ab + a^2$

5. 下列因式分解正确的是 ()

A. $-a+a^3=-a(1+a^2)$

B. $2a-4b+2=2(a-2b)$

C. $a^2-4=(a-2)^2$

D. $a^2-2a+1=(a-1)^2$

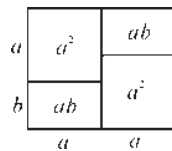
6. 通过计算几何图形的面积可表示一些代数恒等式,如图可表示的代数恒等式是 ()

A. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

B. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

C. $2a(a+b)=2a^2+2ab$

D. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$



(第6题)

7. 计算: $234^2-468\times 134+134^2=$ _____.

8. 代数式 a^2-6a+8 的最小值为_____.

9. 计算:

(1) $(x+y)^2-(x-y)^2$;

(2) $(3m+4n)(3m-4n)(9m^2+16n^2)$;

(3) $(a-b+1)(a+b-1)$;

(4) $(3x-z)^2(-3x-z)^2$.

10. 分解因式:

(1) $16x^2-64$;

(2) $(x^2+y^2)^2-4x^2y^2$;

(3) $x^2(a-b)^2-y^2(b-a)^2$;

(4) $4x(y-x)-y^2$;

(5) $16x^4-72x^2y^2+81y^4$;

(6) $(x^2+4x)^2+8(x^2+4x)+16$.

迁移运用

1. 已知 $A=(2x+1)(x-1)-x(1-3y)$, $B=-x^2+xy-1$, 且 $3A+6B$ 的值与 x 无关. 求 y 的值.

2. 已知有理数 a, b 满足 $(a+b)^2=1$, $(a-b)^2=9$, 求 a^2+b^2-ab 的值.

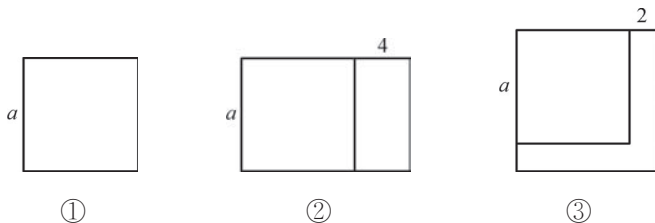
3. 我们通常用作差法比较代数式的值的大小. 例如:

已知 $M=2x+3$, $N=2x+1$, 比较 M 和 N 的值的大小.

先求 $M-N$, 若 $M-N>0$, 则 $M>N$; 若 $M-N<0$, 则 $M<N$; 若 $M-N=0$, 则 $M=N$, 反之亦成立. 本题中因为 $M-N=2x+3-(2x+1)=2>0$, 所以 $M>N$.

根据以上对作差法的介绍解决下列问题:

(1) 图①是边长为 a 的正方形, 保持正方形一边不变, 另一边增加 4, 得到如图②所示的长方形, 此长方形的面积为 S_1 ; 将图①中正方形边长增加 2 得到如图③所示的正方形, 此正方形的面积为 S_2 .



(第 3 题)

① 用含 a 的代数式分别表示 S_1 和 S_2 (结果需要化简);

② 请用作差法比较 S_1 与 S_2 的大小.

(2) 若 $M=a^2$, $N=4-(a+1)^2$, 且 $M=N$, 求 $a(a+1)$ 的值.