经江苏省中小学教辅材料评议委员会2013年评议通过

BANNIXUE

伴你学

《伴你学》编写组 编著

数学

九年级下册

配苏科版

江苏人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

伴你学.数学.九年级.下册/《伴你学》编写组编著.—南京 ：江苏人民出版社，2013.11(2021.10 重印)

配苏科版

ISBN 978-7-214-10502-8

Ⅰ.①伴… Ⅱ.①伴… Ⅲ.①中学数学课—初中—教学参考资料 Ⅳ.①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 211025 号

伴你学　数学　九年级下册　配苏科版

编　　著	《伴你学》编写组
责任编辑	李洪云
出版发行	江苏人民出版社
出版社地址	南京市湖南路 1 号 A 楼,邮编:210009
重　　印	江苏凤凰科学技术出版社
照　　排	江苏凤凰制版有限公司
印　　刷	连云港海狮印务有限公司
开　　本	890 mm×1 240 mm　1/16
印　　张	10
字　　数	230 000
版　　次	2013 年 11 月第 1 版
印　　次	2021 年 10 月第 9 次印刷
标准书号	ISBN 978-7-214-10502-8
定　　价	12.70 元

审批号:苏费核(2021)JF-0426　举报电话:12315

编 者 的 话

本书是依据《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称《标准》)和苏科版义务教育教科书《数学》九年级下册而编写的,本书注重对学生学习方法的指导,力求优化课堂教学,以提高学生自主学习、自主探究的能力,并帮助广大教师更好地落实课标要求.

“目标导航”是《标准》对每一课内容要求的具体体现,明确学生要“学什么”,教师要“教什么”,是每一课教与学的“标杆”.

“问题导学”依据“目标导航”中的具体内容,结合初中生的特点,精心设计具有启发性的数学活动,循序渐进地设置问题,帮助学生搭建自主学习的“脚手架”,力争使学生意识到要解决这些问题“不看书不行,看书看得不详细不行,只看书不思考不行,思考得不深不透也不行”.系列数学活动的安排反映了“教”与“学”过程中的几个重要节点,从整体上体现知识结构和知识之间的内在联系,使知识条理化、系统化和整体化.

“问题导学”一方面从知识内容、探究性学习、思维方法等方面,指导学生要“怎样学”,另一方面指引教师关注课堂教学需要重点解决的问题,以学定教,精讲点拨,凸显教师要“怎样教”.

“随堂练习”不求面面俱到,而是着力于巩固重点、难点和关键之处,与“问题导学”活动对应,选题侧重基本知识、基本技能和基本的数学思想方法,便于师生了解“练什么”,可供师生在课堂选用,在解决问题的过程中,学生能够了解自己“学得怎么样”,教师能够了解“教得怎么样”.

“迁移运用”在“随堂练习”的基础上,体现分层次要求,更符合学生自主能力发展的需求,更侧重于引导学生运用基本方法和经验解决有一定思考性、探究性的问题,在解决问题的过程中培养学生的发散性思维能力和探究创新精神.

“自主反馈测试”围绕阶段学习目标,供阶段复习后使用,以自主检测阶段学习目标的达成情况,帮助师生改进教与学.

本书力争使优秀学生在使用时感到有挑战性,中等学生受到激励和启发,学习困难的学生也能在教师的点拨中尝到成功的喜悦,最大限度地提高各层次学生的学习效益.

《伴你学》编写组

目　录

第 5 章　二次函数

课时 1　二次函数

目标导航

经历由实际问题情境确定二次函数表达式的过程;类比一次函数理解二次函数的意义,感受建立二次函数模型的可行性和必要性.

问题导学

活动一:想一想　议一议

阅读课本中的“水滴问题”“围生物园问题”“镜框问题”,尝试独立写出问题中的函数表达式,并回答下列问题:

(1) 你写出的函数表达式中有你熟悉的函数类型吗?

(2) 上述未知的函数类型有什么共同的特征?请结合学习一次函数概念的经验给这类函数下个定义.

(3) 一般地,二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a、b、c 为常数,$a\neq0$)中自变量 x 的取值范围是什么?上述 3 个问题中自变量的取值范围是什么?

活动二:写一写　练一练

写出下列函数表达式,并判断它们是什么类型的函数.

(1) 正方体的表面积 $S(\mathrm{cm}^2)$ 与棱长 $a(\mathrm{cm})$ 之间的函数表达式;

(2) n 支球队参加比赛，每两队之间进行一场比赛，求比赛的场次数 m 与球队数 n 之间的函数表达式；

(3) 化肥厂 9 月份生产化肥 200 t，如果今年 10 月、11 月的月平均增长率为 x，试写出 11 月份化肥产量 y(t)与 x 之间的函数表达式；

(4) 菱形的两条对角线的和为 26 cm，求菱形的面积 S(cm^2)与其中一条对角线长x(cm)之间的函数表达式.

检测反馈

1. 下列函数中，哪些是二次函数？如果是，先把它化成一般形式，再写出各项系数.

(1) $y-x^2=2$；

(2) $y=(x+2)(x-2)-(x-1)^2$；

(3) $y=x^2+\frac{1}{x}$；

(4) $y=\sqrt{x^2+2x-3}$.

2. 下列函数关系中，满足二次函数关系的是(　　).

A. 圆的周长与圆的半径之间的关系

B. 在弹性限度内，弹簧的长度与所挂物体质量的关系

C. 圆柱的高一定时，圆柱的体积与底面半径的关系

D. 路程一定时，汽车行驶的速度与时间之间的关系

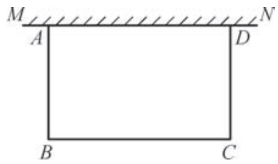
迁移运用

1. 二次函数 $y=2x(x-3)$ 的二次项系数与一次项系数的和为(　　).

A. 2　　B. -2　　C. -1　　D. -4

2. 当 k 为何值时,函数 $y=(k-1)x^{k^2+k}+1$ 为二次函数?

3. 如图,空地上有一堵旧墙,某人利用墙和木栏围成一个矩形菜园 $ABCD$,已知矩形菜园的一边靠墙,另三边一共用了 100 m 木栏. 设矩形的宽 AB 为 x,写出矩形菜园 $ABCD$ 的面积 $S(\mathrm{m}^2)$与 $x(\mathrm{m})$之间的函数表达式.



(第 3 题)

4. 某景区商店销售一种纪念品,进货价为 40 元/件,商店规定销售价不得低于 50 元/件. 经市场调研,当该纪念品销售价为 50 元/件时,每天可销售 200 件;当销售价每增加 1 元/件,每天的销售数量将减少 10 件. 写出销售该纪念品每天获得的利润 y(元)与销售价 x(元/件)之间的函数表达式.

课时 2　二次函数的图像和性质(1)

目标导航

经历用列表描点法画二次函数 $y=x^2$ 和 $y=-x^2$ 图像的过程，能够比较两个图像的异同，初步建立二次函数表达式与图像之间的联系，感受数形结合思想.

问题导学

活动一：忆一忆　说一说

1. 回忆研究一次函数和反比例函数图像的过程，画函数图像的一般步骤是什么？列表时如何合理取值？

2. 在画二次函数 $y=x^2$ 的图像之前，你能否说一说二次函数 $y=x^2$ 的图像可能有哪些特征？并说说你的理由.

活动二：做一做　议一议

1. 根据下列函数表达式填表，并在同一平面直角坐标系(图 5－1)中分别画出各函数的图像.

(1) $y=x^2$；

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…								…

(2) $y=-x^2$.

x	…								…
y	…								…

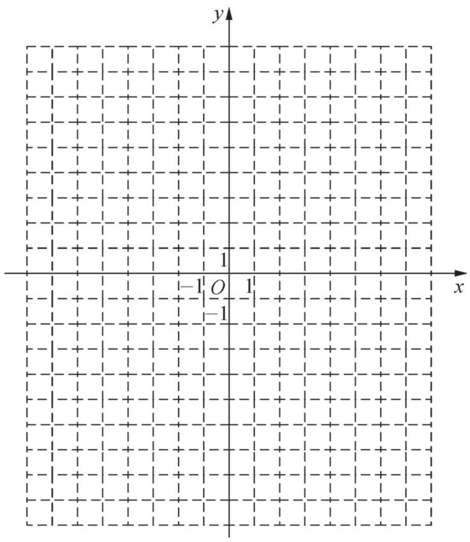


图 5－1

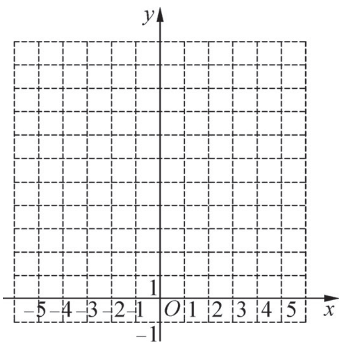
2. 观察上题表格中的数值，你能发现这些数值有哪些特点？观察两个函数的图像，它们的形状像什么，它们之间有什么共同特征？

3. 通过画二次函数 $y=x^2$ 和 $y=-x^2$ 图像，你有哪些发现？

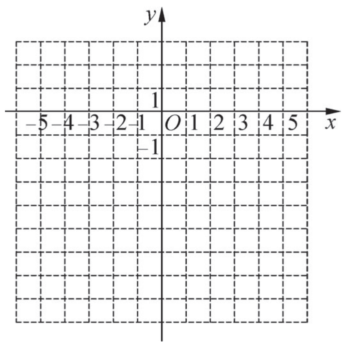
检 测 反 馈

1. 在如图的平面直角坐标系中，分别画出下列函数的图像.

（1）$y=2x^2$；　　　　（2）$y=-\frac{1}{2}x^2$.



①



②

（第 1 题）

2. 观察二次函数 $y=2x^2$、$y=-\frac{1}{2}x^2$ 的图像，回答下列问题：

（1）二次函数 $y=2x^2$ 的图像的开口方向________，对称轴是________，顶点坐标是________，x 取任何实数时，对应的 y 值总是________.

（2）二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 的图像的开口方向________，对称轴是________，顶点坐标是________，x 取任何实数时，对应的 y 值总是________.

3. 点 $A\left(\frac{1}{2},b\right)$在二次函数 $y=x^2$的图像上，则 $b=$________；点 A 关于 y 轴的对称点 B 的坐标是________，它________（填“在”或“不在”）二次函数 $y=x^2$ 的图像上；点 A 关于原点的对称点 C 的坐标是________，它________（填“在”或“不在”）二次函数 $y=x^2$ 的图像上.

4. 函数 $y=x^2$的顶点坐标为________，若点$(a,4)$在其图像上，则 a 的值是________.

5. 观察“活动二”中所画的图像，函数 $y=x^2$的图像与函数 $y=-x^2$的图像关于________对称，也可以认为函数 $y=-x^2$的图像是函数 $y=x^2$的图像绕________旋转________°得到的.

迁移运用

已知二次函数 $y=ax^2(a\neq0)$的图像与一次函数 $y=2x-3$ 的图像都经过点$A(1,b)$，求：

（1）a、b 的值；

（2）两个函数图像的另一个交点 B 的坐标；

（3）$\triangle AOB$ 的面积(O 为坐标原点).

课时 3　二次函数的图像和性质(2)

目标导航

利用表格和图像研究二次函数 $y=ax^2$ 的图像和性质，如开口方向、对称轴、顶点、增减情况等，进一步感受数形结合思想.

问题导学

活动一：算一算　填一填

根据函数表达式填表，并在同一平面直角坐标系(图 5－2)中画出各函数的图像.

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
$y=x^2$	…								…
$y=-x^2$	…								…
$y=\frac{1}{2}x^2$	…								…
$y=-\frac{1}{2}x^2$	…								…

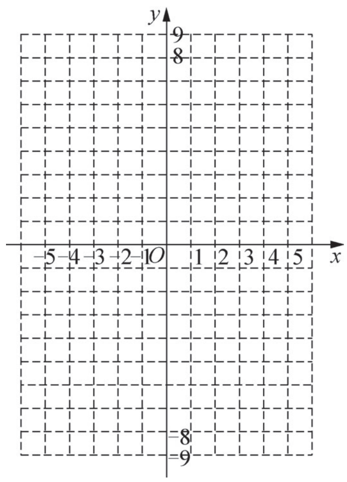


图 5－2

活动二：思一思　议一议

通过观察活动一中的表格和图像，尝试概括二次函数 $y=x^2$、$y=\frac{1}{2}x^2$ 和 $y=-\frac{1}{2}x^2$、$y=-x^2$ 的图像的相同点和不同点.

活动三：比一比　写一写

二次函数 $y=ax^2$ 的图像具有哪些特征？用数学语言描述出 $y=ax^2$ 的图像性质(提示：可以从抛物线的开口方向、顶点坐标、对称轴、函数值的变化趋势、函数的最值等来描述其特征).

活动四:试一试　做一做

已知二次函数 $y=(m-2)x^2$.

(1) 若该函数开口向下,则 m 的取值范围是________;

(2) 若该函数有最小值,则 m 的取值范围是________;

(3) 当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而增大,则 m 的取值范围是________.

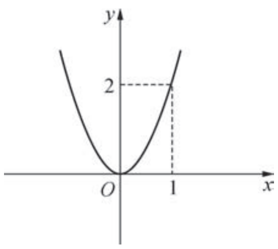
检测反馈

1. 对于二次函数 $y=-\frac{10}{9}x^2$:

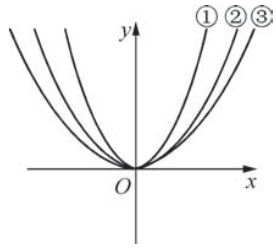
(1) 它的图像开口向________,顶点坐标是________,对称轴是________.

(2) 当 $x<0$ 时,y 随 x 的增大而________;当 $x=$______时,y 的最______值是______.

2. 二次函数 $y=ax^2$ 的图像如图所示,该函数的表达式是____________.如果另一个函数的图像与该函数的图像关于 x 轴对称,那么这个函数的表达式是____________.



(第 2 题)



(第 3 题)

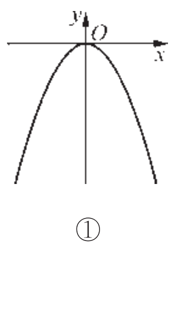
3. 在平面直角坐标系中,函数 $y=x^2$、$y=\frac{1}{2}x^2$ 和 $y=3x^2$ 的图像如图所示.其中图像①相应的函数表达式是____________,图像②相应的函数表达式是____________,图像③相应的函数表达式是____________.

4. 根据下列二次函数图像,填空:

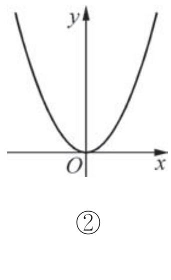
(1) 二次函数 $y=-5x^2$ 的图像不可能是________,二次函数 $y=\frac{2}{3}x^2$ 的图像不可能是________;(填序号)

(2) 函数有最大值的函数图像是________(填序号),它的最大值是________;

(3) 如果二次函数 $y=(m-1)x^2$ 的图像是图①,那么 m 的取值范围是________.



①



②

(第 4 题)

迁移运用

1. 已知点 $A(1,y_1)$、$B(-2,y_2)$、$C(-\sqrt{2},y_3)$都在函数 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的图像上，则 y_1、y_2、y_3 的大小关系是________________.

2. 已知二次函数 $y=ax^2$的图像与一次函数 $y=3x-11$ 的图像都经过点 $P(1,b)$.

(1) 求 a、b 的值；

(2) 写出该二次函数的图像的顶点坐标和对称轴；

(3) 当 x 在什么范围时，二次函数 $y=ax^2$中的 y 随 x 的增大而增大？

课时 4 二次函数的图像和性质(3)

目标导航

通过画函数图像,观察、思考、总结二次函数 $y=ax^2$ 与 $y=ax^2+k$、$y=a(x+h)^2+k$ 的性质和图像的相互关系,体会数量变化与位置变化的关系.

问题导学

活动一:思一思 做一做

1. 填表,在平面直角坐标系(图 5-3)中描点,画出二次函数 $y=x^2$ 和 $y=x^2+1$ 的图像.

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
$y=x^2$	…									…
$y=x^2+1$	…									…

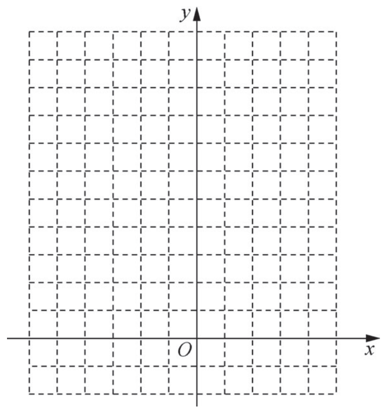


图 5-3

2. 观察表格,当 x 取相同数值时,二次函数 $y=x^2+1$ 与二次函数 $y=x^2$ 的值有怎样的关系?它们的图像有怎样的位置关系?

3. 试猜想二次函数 $y=ax^2+k$ 的图像与二次函数 $y=ax^2$ 的图像有什么关系.

活动二：想一想　做一做

1. 填表，在平面直角坐标系（图 5－4）中描点，画出二次函数 $y=x^2$ 和 $y=(x+1)^2$ 的图像.

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
$y=x^2$	…									…
$y=(x+1)^2$	…									…

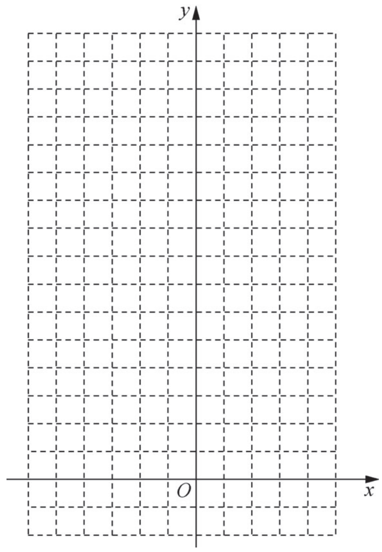


图 5－4

2. 观察表格，二次函数 $y=x^2$ 与二次函数 $y=(x+1)^2$ 的值相同时，自变量有什么关系？它们的图像有怎样的位置关系？

3. 试猜想二次函数 $y=a(x+h)^2$ 的图像与二次函数 $y=ax^2$ 的图像有什么位置关系.

检测反馈

1. 将二次函数 $y=4x^2$ 的图像向上平移 3 个单位长度，所得的图像相应的函数表达式是__________；将二次函数 $y=-5x^2+1$ 的图像向下平移 5 个单位长度，所得的图像相应的函数表达式是__________. 将二次函数 $y=-3x^2+4$ 的图像向________平移________个单位长度可得到二次函数 $y=-3x^2$ 的图像；将二次函数 $y=2x^2-7$ 的图像向________平移______个单位长度可得到二次函数 $y=2x^2$ 的图像；将二次函数 $y=x^2-7$ 的图像向________平移________个单位长度可得到二次函数 $y=x^2+2$ 的图像.

2. 二次函数 $y=-3(x-1)^2$ 的图像可以由二次函数 $y=-3x^2$ 的图像沿 x 轴向________平移________个单位长度得到;二次函数 $y=-3(x+1)^2$ 的图像可以由二次函数 $y=-3x^2$ 图像沿 x 轴向________平移________个单位长度得到.二次函数 $y=-3(x-1)^2$ 的图像的顶点坐标是________,对称轴是______________________;二次函数$y=-3(x+1)^2$的图像的顶点坐标是________,对称轴是______________________.

3. 二次函数 $y=-3(x-1)^2$,当 x ________时,y 随 x 的增大而________;当 x ________时,y 随 x 的增大而________.当 $x=$________时,函数 y 有最________值,最________值是________.

迁移运用

1. 一条抛物线的开口方向和形状大小与二次函数 $y=3x^2$ 的图像都相同,顶点在二次函数 $y=(x+2)^2$的图像的顶点上,此抛物线的相应函数表达式为________________.

2. 已知二次函数 $y=ax^2+c$.当 x 分别取 x_1、x_2($x_1 \neq x_2$)时,函数值相等,则当 x 取 x_1+x_2 时,函数值为(　　).

A. $a+c$　　B. $a-c$　　C. $-c$　　D. c

3. 已知二次函数 $y=a(x-h)^2$,当 $x=2$ 时函数有最大值,且此函数的图像经过点(1,-3),求此二次函数的表达式,并指出当 x 为何值时,y 随 x 的增大而增大.

课时 5　二次函数的图像和性质(4)

目标导航

能用配方法把二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 化成 $y=a(x+h)^2+k$ 的形式，进而能根据二次函数的一般形式确定图像的顶点坐标、对称轴、开口方向和最值情况.

问题导学

活动一:思一思　做一做

(1) 请填表并在平面直角坐标系(图 5－5)中画出二次函数 $y=x^2$、$y=(x+1)^2$、$y=(x+1)^2+2$ 的图像.

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
$y=x^2$	…									…
$y=(x+1)^2$	…									…
$y=(x+1)^2+2$	…									…

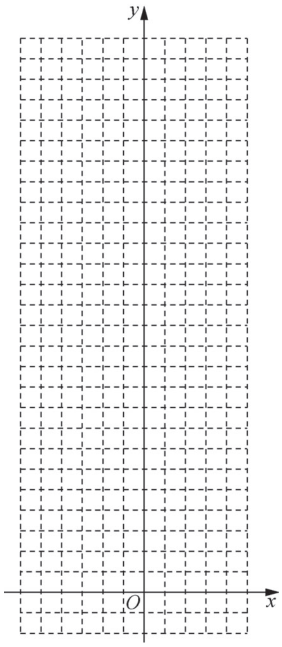


图 5－5

(2) 观察表格中的数值及函数表达式，说出它们的开口方向、对称轴和顶点坐标.

(3) 观察 3 个函数的图像，它们之间有什么关系吗？

活动二:想一想　做一做

1. 二次函数 $y=x^2+2x+3$ 的图像是抛物线吗？如何画出二次函数 $y=x^2+2x+3$ 的图像？

2. 你能把二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 化成 $y=a(x+h)^2+k$ 的形式吗？试一试.

3. 通过以上探究，你能说说二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 有哪些性质吗？试一试.

检测反馈

1. (1) 二次函数 $y=-2(x-2)^2$、$y=-2(x-2)^2+3$ 的图像与二次函数 $y=-2x^2$ 的图像________相同，只是________发生了改变，把二次函数 $y=-2x^2$ 的图像沿________轴向________平移________个单位长度，即可得到二次函数 $y=-2(x-2)^2$ 的图像；再将所得图像沿________轴向________平移________个单位长度，即可得到二次函数 $y=-2(x-2)^2+3$ 的图像.

(2) 二次函数 $y=a(x+m)^2+k$ 的图像是由二次函数 $y=\frac{1}{3}x^2$ 的图像向左平移 1 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度得到的，则 $a=$________，$m=$________，$k=$________.

2. 二次函数 $y=(x+1)^2+2$ 的最小值是(　　).

A. 2　　B. 1　　C. -3　　D. 3

3. 若将 $y=x^2-2x-3$ 化为 $y=(x-m)^2+k$ 的形式(其中 m、k 为常数)，则 $m+k=$________；当 $x=$________时，二次函数 $y=x^2+2x-2$ 有最小值.

4. 把下列二次函数化为 $y=a(x+h)^2+k$ 的形式，并写出各函数图像的顶点坐标、对称轴、最大值或最小值：

(1) $y=x^2+4x-8$；　　(2) $y=-3x^2+12x$.

5. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的图像的形状、开口方向都相同，且顶点坐标是 $(-2,4)$. 求 a、b、c 的值.

迁移运用

1. 将函数 $y=x^2+x$ 的图像向右平移 $a(a>0)$ 个单位长度，得到函数 $y=x^2-3x+2$ 的图像，则 a 的值为(　　).

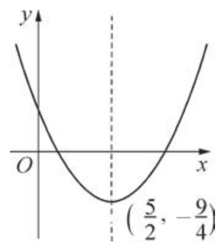
A. 1　　　　B. 2　　　　C. 3　　　　D. 4

2. 若二次函数 $y=kx^2+(k-1)x-1$ 有最大值 0，则 $k=$________.

3. 已知二次函数 $y=(x+h)^2+k$ 的图像如图所示.

(1) 根据图中提供的信息，求这个二次函数的表达式及图像与 x 轴交点的坐标.

(2) 当 x 为何值时：① $y>0$；② $y=0$；③ $y<0$？



（第 3 题）

课时 6　用待定系数法确定二次函数表达式

目标导航

能运用待定系数法确定二次函数表达式;能尝试根据不同的条件,选择合适的模型求二次函数表达式,感知二次函数与方程(组)的内在联系,感悟数形结合的思想.

问题导学

活动一:做一做　比一比

1. 一次函数 $y=kx+b$ 的图像经过点 $A(-1,2)$ 和 $B(2,5)$,如何求这个一次函数的表达式? 自主解决课本中的例 1、例 2,写出详细的解答过程.

2. 比较课本中例 1、例 2 的解答过程,你发现有什么异同? 用待定系数法确定函数表达式的步骤是什么?

***3.** 阅读课本中的例 3,并思考以下问题:

(1) 函数表达式中有几个待定系数? 需要几组对应关系? 需要列几个方程?

(2) 列出方程组,解方程组,并确定函数表达式.

活动二:想一想　试一试

已知某抛物线的顶点坐标为(1,−4),并经过点(3,0),求此抛物线相应的函数表达式.

(1) 本题与活动一中的三道例题不同的是没有直接给出抛物线相应的函数表达式. 根据条件,该函数表达式可以设为哪些不同的形式? 为什么?

（2）尝试给出该问题的详细解答过程.

（3）通过该问题的解决，你对用待定系数法求二次函数表达式的模型有何想法？

检测反馈

1. 已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图像经过点 $A(-1,12)$、$B(2,-3)$.

（1）求该二次函数的表达式；

（2）用配方法把(1)所得的函数表达式化成 $y=a(x+h)^2+k$ 的形式，并写出该函数的图像的顶点坐标和对称轴.

2. 二次函数 $y=a(x+h)^2+k$ 的图像经过点$(-1,-4)$，且当 $x=1$ 时，y 取最大值-2，求该二次函数的表达式.

3. 根据下列条件，分别求出抛物线相应的二次函数的表达式.

（1）已知抛物线与 x 轴交于点$(-3,0)$、$(5,0)$，且与 y 轴交于点$(0,-3)$；

（2）已知抛物线的顶点坐标为$(1,-3)$，且与 y 轴交于点$(0,1)$.

迁移运用

二次函数 $y=x^2+2mx+n$ 的图像过点$(2,4)$，且顶点在一次函数 $y=2x+1$ 的图像上，求此二次函数的表达式.

课时 7　二次函数与一元二次方程(1)

目标导航

能把一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的问题转化为相应的二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的相关问题，能根据二次函数的图像与 x 轴的位置关系判断相应的一元二次方程的根的有关情况，进一步体会数形结合的思想.

问题导学

活动一：想一想　说一说

一元二次方程 $x^2-2x-3=0$ 与二次函数 $y=x^2-2x-3$ 有哪些联系？

活动二：做一做　比一比

请你在图 5－6 中画出二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的图像，图像上是否有一些特殊的点和一元二次方程 $x^2-2x-3=0$ 的根之间有某种联系？你有什么发现吗？

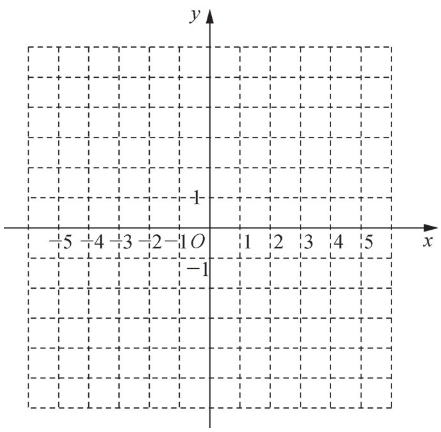


图 5－6

活动三：看一看　议一议

1. 观察课本图 5－10，直接说出方程 $-\frac{1}{2}x^2-4x-6=0$、$x^2-6x+9=0$ 和 $x^2-2x+3=0$ 的解的情况. 写出函数 $y=-\frac{1}{2}x^2-4x-6$、$y=x^2-6x+9$、$y=x^2-2x+3$ 的图像与 x 轴的公共点的坐标，它们与 x 轴的公共点各有几个？它们与方程的根有何关系？

2. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根有何关系？你能由一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的情况说出二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 x 轴的位置关系吗？

检测反馈

1. 方程 $2x^2-3x+1=0$ 的根是__________，函数 $y=2x^2-3x+1$ 的图像与 x 轴的交点坐标是__________.

2. 已知二次函数 $y=x^2-6x+a$ 的图像的顶点在 x 轴上，则 $a=$________；若该图像与 x 轴有两个公共点，则 a 的取值范围是________；若该图像与 x 轴最多只有一个公共点，则 a 的取值范围是________.

3. 下列二次函数的图像与 x 轴没有公共点的是(　　).

A. $y=x^2+x$　　B. $y=x^2-x+1$　　C. $y=-x^2+2x-1$　　D. $y=x^2-1$

4. 若二次函数 $y=x^2-2x+b$ 的图像与坐标轴有 3 个公共点，则 b 的取值范围是(　　).

A. $b<1$ 且 $b\neq 0$　　B. $b>1$　　C. $0<b<1$　　D. $b<1$

5. 已知二次函数 $y=-2(x+1)^2+8$.

(1) 求该二次函数的图像与 y 轴的公共点坐标；

(2) 求该二次函数的图像与 x 轴的两个公共点间的距离.

6. 判断下列二次函数的图像与 x 轴的公共点情况，并说明理由.

(1) $y=2x^2-3x$；　　(2) $y=-x^2-4x-4$；

(3) $y=x^2+2x+5$.

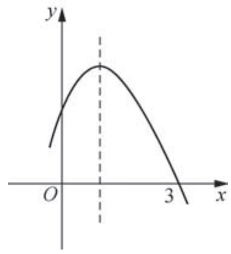
迁移运用

1. 若函数 $y=kx^2-6x+3$ 的图像与 x 轴有公共点，则 k 的取值范围是(　　).

A. $k<3$　　　　B. $k<3$ 且 $k\neq 0$

C. $k\leqslant 3$　　　　D. $k\leqslant 3$ 且 $k\neq 0$

2. 已知二次函数 $y=-x^2+2x+m$ 的部分图像如图所示，求关于 x 的一元二次方程 $-x^2+2x+m=0$ 的解.



（第 2 题）

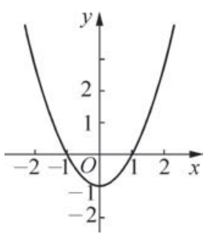
3. 我们可以用如下方法解不等式 $(x-1)(x+1)>0$.

第一步：画出二次函数 $y=(x-1)(x+1)$ 的图像(如图)；

第二步：找出图像与 x 轴的公共点的坐标，即 $(1,0)$、$(-1,0)$；

第三步：根据图像可知，在 $x<-1$ 或 $x>1$ 时，y 的值大于 0，因此可得不等式 $(x-1)(x+1)>0$ 的解集为 $x<-1$ 或 $x>1$.

请你仿照上述方法，求不等式 $x^2-4<0$ 的解集.



（第 3 题）

课时 8　二次函数与一元二次方程(2)

目标导航

能根据函数图像提供的信息，借助计算器，较精确地估算一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 根的近似值，感受和体验数形结合及“无限逼近”的数学思想和方法.

问题导学

活动一：做一做　找一找

1. 请在平面直角坐标系(图 5－7)中画出二次函数 $y=x^2+2x-5$ 的图像.

2. 根据上面所画的图像求出方程 $x^2+2x-5=0$ 的近似根. 仔细研读课本的内容，借助计算器，缩小范围逐次逼近方程 $x^2+2x-5=0$ 介于 1 与 2 之间的根的近似值.

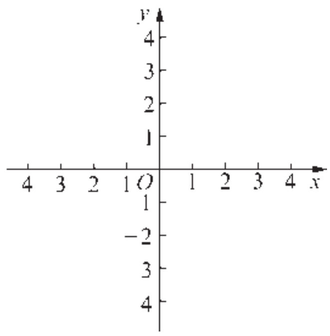


图 5－7

x	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
y						
x	1.41	1.42	1.43	1.44	1.45	1.46
y						

活动二：试一试　说一说

1. 尝试用课本介绍的方法，利用计算器确定方程 $x^2+2x-5=0$ 的另一个根 x_2 的近似值(精确到0.1).

2. 用求根公式求方程 $x^2+2x-5=0$ 的根(精确到 0.1)，并比较两种方法求得的结果.

检测反馈

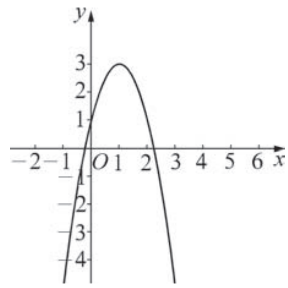
1. 根据表格中的对应值，判断方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0, a、b、c$ 为常数)一个解 x 的范围是(　　).

x	3.23	3.24	3.25	3.26
ax^2+bx+c	−0.06	−0.02	0.03	0.09

A. $3<x<3.23$　　B. $3.23<x<3.24$　　C. $3.24<x<3.25$　　D. $3.25<x<3.26$

2. 如图为二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像,根据图像可以得到方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根在________与________之间,另一个根在________与________之间.

3. 试写出一个二次函数表达式,使它对应的一元二次方程的一个根为 0,另一个根在 1 到 2 之间:____________.



（第 2 题）

迁移运用

1. 观察下表,并解决问题:

x	0	1	2
ax^2		1	
ax^2+bx+c	3		3

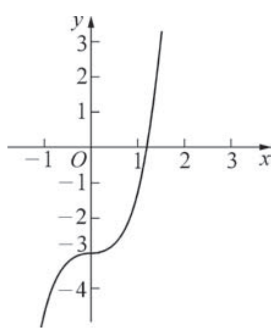
(1) 求 a、b、c 的值,并在表内空格处填入正确的数.

(2) 根据上面的结果判断:

① 是否存在实数 x,使二次三项式 ax^2+bx+c 的值为 0? 若存在,求出这个实数值;若不存在,请说明理由.

② 画出函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像示意图,由图像确定,当 x 取什么实数时,$ax^2+bx+c>3$?

2. 已知函数 $y=2x^3-3$ 的图像如图所示,试求出方程 $2x^3-3=0$ 的根的近似值(精确到 0.1).



（第 2 题）

课时 9　用二次函数解决问题(1)

目标导航

经历探索实际问题中两个变量的变化过程，理解用二次函数知识解决最值问题的基本思路. 通过问题解决，经历数学建模过程，感受建模思想.

问题导学

活动一：想一想　说一说

阅读课本“问题 1”并思考：

(1) ① 你从问题 1 中获得了哪些信息？

② 在这些信息中，包含了哪些数量的信息？

③ 这些数量之间有什么关系？

④ 你能运用什么方法来描述这些数量之间的关系？

(2) 设总收益为 y(元)，尝试写出 y(元)与 x(亩)之间的函数表达式：________________.

(3) 你能否求出该种粮大户今年应新承租多少亩稻田才能使总收益最大？

活动二：做一做，算一算

如图 5－8，用一段 12 m 长的铝合金型材制作一个上部是半圆、下部是矩形的窗框，当矩形的长、宽分别为多少时，才能使该窗户的透光面积最大？

(1) 设矩形 $ABCD$ 的宽 CD 为 x m，高 AD 及半圆的半径如何用含 x 的代数式表示？窗户的透光面积 S 又如何表示？

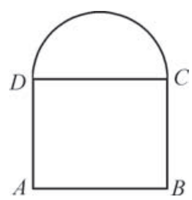


图 5－8

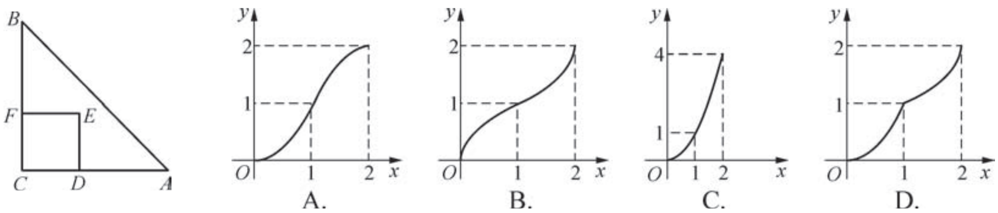
(2) 根据所得函数的图像性质，怎样确定窗户的最大透光面积？

(3) 你还有不同的解题方法吗？试写下来.

检测反馈

1. 某厂今年一月份新产品的研发资金为 a 元,以后新产品的研发资金每月与上月相比增长率都是 x,该厂今年三月份新产品的研发资金 y(元)关于 x 的函数表达式为 $y=$________.

2. 如图,在 Rt△ABC 中,$AC=BC=2$,正方形 $CDEF$ 的顶点 D、F 分别在边 AC、BC 上,C、D 两点不重合,设 CD 的长度为 x,△ABC 与正方形 $CDEF$ 重叠部分的面积为 y,在下列图像中,能表示 y 与 x 之间的函数关系的是(　　).

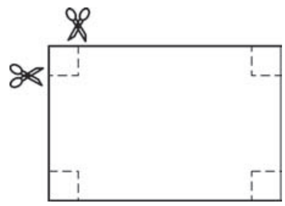


(第 2 题)

3. 如图,把一张长 12 cm、宽 8 cm 的矩形硬纸板的四角各剪去一个同样大小的小正方形,再折成一个无盖的长方体盒子(纸板的厚度忽略不计).设剪去的小正方形的边长为 x cm.

(1) 当剪去的小正方形的边长为多少时,折成的长方体盒子的底面积是 60 cm^2?

(2) 试判断折成的长方体盒子的侧面积是否有最大值?若有,求出最大值和此时剪去的小正方形的边长;若没有,请说明理由.


(第 3 题)

4. 某企业设计了一款工艺品,每件成本 50 元,为了合理定价,现投放市场进行试销.据市场调查,销售单价是 100 元时,每天的销售量是 50 件,若销售单价每降低 1 元,每天就可多售出 5 件,但要求销售单价不得低于成本.

(1) 求每天的销售利润 y(元)与销售单价 x(元)之间的函数表达式;

(2) 销售单价为多少元时,每天的销售利润最大?最大利润是多少?

(3) 如果该企业要使每天的销售利润不低于 4 000 元,且每天的总成本不超过 7 000 元,那么销售单价应控制在什么范围内?(每天的总成本=每件的成本×每天的销售量)

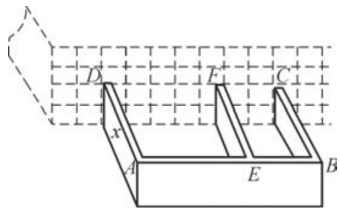
迁移运用

1. 某农户计划利用现有的一面墙建造一个长方体水池,他购买了可以修高 1.5 m、总长18 m的墙的建筑材料.如图,已知该水池的三面墙都与原有的墙垂直,且水池的高都为 1.5 m.设 $AD=EF=BC=x$ m(不考虑墙的厚度).

(1) 若水池的总容积为 36 m^3,x 应等于多少?

(2) 求水池的容积 V 与 x 的函数表达式,并直接写出 x 的取值范围;

(3) 要使水池的总容积 V 最大,x 应为多少?最大容积是多少?



(第1题)

2. 某校数学兴趣小组经过市场调查,整理出某种商品在第 $x(1\leqslant x\leqslant 90)$天的售价与销量的相关信息如下表:

时间 x/天	$1\leqslant x<50$	$50\leqslant x\leqslant 90$
每件售价/元	$x+40$	90
日销量/件	$200-2x$	

已知该商品的进价为每件 30 元,设销售该商品的每天利润为 y 元.

(1) 求 y 与 x 的函数表达式;

(2) 问第几天的销售利润最大,最大利润是多少?

(3) 该商品在销售过程中,日销售利润不低于 4 800 元的共有多少天?请直接写出结果.

课时 10　用二次函数解决问题(2)

目标导航

进一步提高利用二次函数解决实际问题的能力,体验由函数的图像确定函数表达式,进而解决有关实际问题的过程和方法,发展数学应用能力.

问题导学

活动一:想一想,做一做

如图 5 - 9,河上有一座抛物线形拱桥,已知当桥下的水面离桥拱顶部 3 m 时,水面宽 AB 为6 m,当水位上升 1 m 时,水面宽 CD 为多少米?

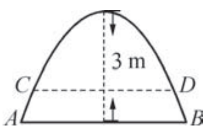


图 5 - 9

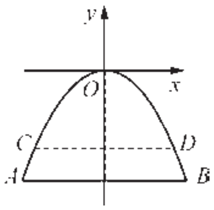


图 5 - 10

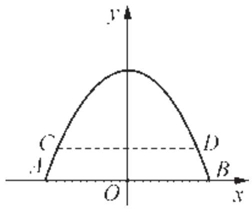


图 5 - 11

(1) 如图 5 - 10,以桥拱的最高点为原点,过原点的水平线为横轴,过原点的铅垂线为纵轴建立平面直角坐标系,把桥拱看作一个二次函数的图像,则相应的函数表达式为__________,C、D 两点的坐标分别为__________,CD 的长度为__________.

(2) 如图 5 - 11,以桥下水面宽 AB 的中点为原点,AB 所在的直线为横轴,过原点的铅垂线为纵轴建立平面直角坐标系,把桥拱看作一个二次函数的图像,则相应的函数表达式为__________,C、D 两点的坐标分别为__________,CD 的长度为__________.

(3) 你还可以建立怎样的平面直角坐标系求 CD 的长度?

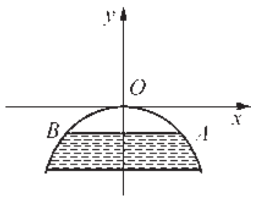
(4) 通过本问题的解决,你对解决与抛物线有关的实际问题有什么认识?

活动二:试一试,议一议

阅读思考课本的“拓展与延伸”,尝试写出解答思路.

检测反馈

1. 某抛物线形涵洞的截面如图所示. 现测得水面宽 $AB=4$ m，涵洞顶点 O 到水面的距离为 1 m，在如图的平面直角坐标系中，点 A 的坐标是________，点 B 的坐标是________；把涵洞截面看作一个二次函数的图像，则相应的函数表达式为________________.



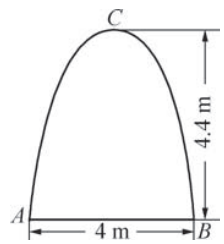
（第 1 题）

（第 2 题）

2. 河北省赵县的赵州桥的桥拱可近似看作抛物线形，建立如图所示的平面直角坐标系，其相应的函数表达式为 $y=-\frac{1}{25}x^2$，当水位线在 AB 位置时，水面宽 $AB=30$ m，这时水面离桥顶的高度 h 是(　　).

A. 5 m　　　B. 6 m　　　C. 8 m　　　D. 9 m

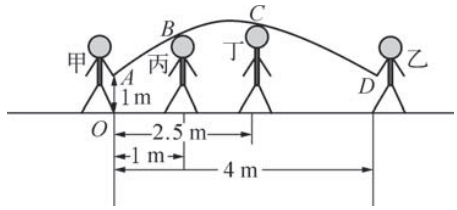
3. 如图，某工厂大门是一抛物线形拱门，现有一辆满载货物的汽车要通过大门，货物顶部距地面 2.8 m，货物宽度为2.4 m. 请判断这辆汽车能否顺利通过该大门.



（第 3 题）

迁移运用

在跳大绳时，假设绳甩到最高处时的形状可近似看作抛物线形. 如图，已知正在甩绳的甲、乙两名学生之间的距离为 4 m，手部到地面的距离均为 1 m，学生丙、丁与甲之间的距离分别为 1 m、2.5 m，绳甩到最高处时，刚好通过他们的头顶，已知学生丙的身高是1.5 m. 求学生丁的身高.



课时 11　小结与思考(一)

目标导航

复习巩固二次函数的图像的性质，熟练运用二次函数的有关性质解决问题；进一步感知数量变化与位置变化的关系，领会“数形结合”“无限逼近”等数学思想方法.

问题导学

活动一:看一看　做一做

如图 5－12，二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图像与 x 轴的一个交点坐标是 $(-2,0)$，顶点坐标是 $(1,3)$.

(1) 观察图像，写出图像所反映的二次函数的有关信息；

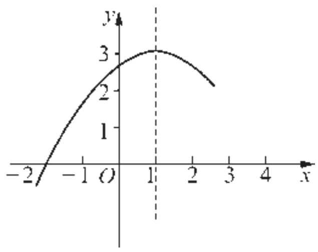


图 5－12

(2) 怎样平移二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图像可以使顶点坐标为 $(3,6)$？

(3) 若方程 $ax^2+bx+c=k$ 有两个不相等的实数根，求 k 的取值范围.

活动二:想一想　试一试

如图 5－13，二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2+bx-2$ 的图像与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于点 C，且点 A 的坐标为 $(-1,0)$.

(1) 求该二次函数的表达式及顶点 D 的坐标；

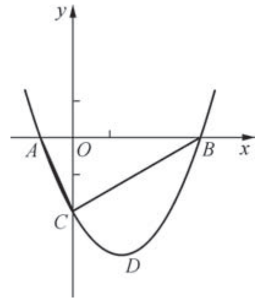


图 5－13

(2) 判断 $\triangle ABC$ 的形状，并证明你的结论；

(3) $M(m,0)$ 是 x 轴上的一个动点，当 $CM+DM$ 的值最小时，求 m 的值.

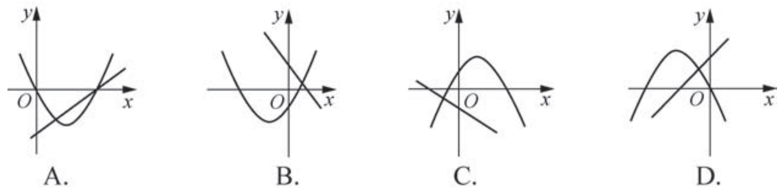
检测反馈

1. 对于二次函数 $y=-\frac{1}{4}x^2+x-4$,下列说法正确的是(　　).

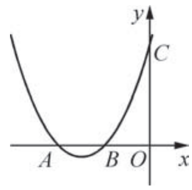
A. 当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而增大　　B. 图像的顶点坐标为$(-2,-7)$

C. 当 $x=2$ 时,y 有最大值-3　　D. 图像与 x 轴有两个交点

2. 在同一平面直角坐标系中,一次函数 $y=ax+b$ 和二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图像可能是(　　).



3. 如图,二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图像与 x 轴的负半轴相交于 A、B 两点,与 y 轴的正半轴相交于点 C,与函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图像的一个交点坐标是$(1,m)$,且$OA=OC$.求该二次函数的表达式.



(第 3 题)

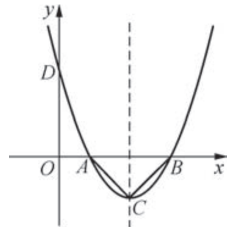
迁移运用

如图,一开口向上的抛物线与 x 轴交于点 $A(m-2,0)$、$B(m+2,0)$,已知抛物线的顶点为 C,且$AC\perp BC$.

(1) 若 m 为常数,求该抛物线相应的函数表达式.

(2) 若 m 为小于 0 的常数,那么(1)中的抛物线经过怎样的平移可以使顶点在坐标原点?

(3) 设抛物线交 y 轴正半轴于点 D,问是否存在实数 m,使得$\triangle BOD$ 为等腰三角形?若存在,求出 m 的值;若不存在,请说明理由.



课时 12　小结与思考(二)

目标导航

运用二次函数的图像的有关性质解决简单的实际问题，并对解决问题的策略进行反思，感受二次函数应用的广泛性，提高将实际问题数学化的能力.

问题导学

活动一：想一想　议一议

小迪发现对解题过程进行回顾反思，能使学习效果更好. 某天小迪有 20 min 时间可用于学习，假设用于解题的时间 x(min)与学习收益量 y 的关系如图 5－14，用于回顾反思的时间 x(min)与学习收益量 y 的关系如图 5－15(其中 OA 是抛物线的一部分，A 为该抛物线的顶点)，且用于回顾反思的时间不超过用于解题的时间.

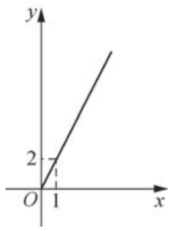


图 5－14

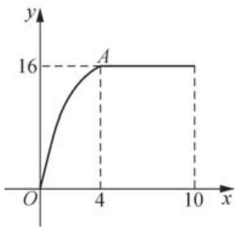


图 5－15

(1) 求小迪解题的学习收益量 y 与用于解题的时间 x(min)之间的函数表达式；

(2) 求小迪回顾反思的学习收益量 y 与用于回顾反思的时间 x(min)的函数表达式；

(3) 小迪如何分配解题和回顾反思的时间，才能使这 20 min 的学习收益总量最大?

活动二:试一试　算一算

如图 5－16,拱形桥桥下水面宽度 AB 为 20 m,拱高 CD 为 4 m,水面上升 3 m 至 EF 时,求水面宽度 EF.

(1) 若把桥拱看作是抛物线的一部分,在如图 5－16 的平面直角坐标系中,设该抛物线相应的函数表达式为 $y=ax^2+c$,则 $a=$________,$c=$________,$EF=$________m.

(2) 若把桥拱看作是圆的一部分(如图 5－17),设该圆的半径是 r m,则 $r=$__________m;当水面上升3 m至 EF,在 Rt△OGF 中可计算出$GF=$________m,水面宽度 $EF=$________m.

(3) 请估计(1)中计算出的 EF 与(2)中计算出的 EF 的差的近似值(精确到 0.1 m).

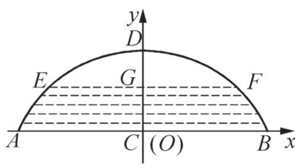


图 5－16

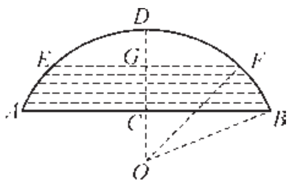


图 5－17

检测反馈

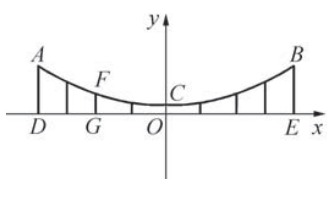
1. 圆的面积 S 与其周长 C 之间的函数表达式是________,自变量的范围是________.
2. 某产品年产量为 30 台,计划今后每年的产量增长率为 x,试写出两年后的产量 y(台)与 x 的函数表达式:____________________________.
3. 已知某种火箭竖直向上发射时高度 h(m)与时间 t(s)之间的函数表达式为 $h=-5t^2+150t+10$,则经过________s,火箭达到最高点.
4. 将一根长 20 cm 的铁丝剪成两段,并分别做成正方形铁丝框,这两个正方形铁丝框面积之和的最小值是________cm^2.

迁移运用

1. 某桥的部分横截面如图,上方可看作是一条经过 A、C、B 三点的抛物线,以桥面的水平线为 x 轴,经过抛物线的顶点 C 且与 x 轴垂直的直线为 y 轴,建立平面直角坐标系. 已知此桥垂直于桥面的相邻两柱之间的距离为 2 m(图中用线段 AD、CO、BE 等表示桥柱),$CO=1$ m,$FG=2$ m.

   (1) 求经过 A、B、C 三点的抛物线相应的二次函数表达式;

   (2) 求柱子 AD 的高度.



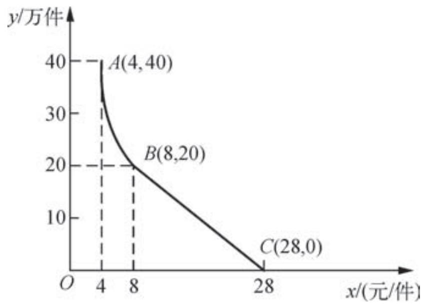
(第 1 题)

2. 某公司耗资 160 万元成功研制了一种市场急需的电子产品，于当年生产并销售. 已知生产这种电子产品的成本为 4 元/件，在销售过程中发现：每年的年销售量 y(万件)与销售价格 x(元/件)的关系如图所示，其中 AB 为反比例函数图像的一部分，BC 为一次函数图像的一部分. 设销售这种电子产品的年利润为 z(万元). (注：若年利润为正数，则表示公司盈利，且盈利不计入下一年的年利润；若年利润为负数，则表示公司亏损，且亏损计作下一年的成本)

(1) 请求出 y(万件)与 x(元/件)之间的函数表达式.

(2) 求出第一年这种电子产品的年利润 z(万元)与 x(元/件)之间的函数表达式，并回答第一年公司是盈利还是亏损. 若盈利，求出盈利的最大值，若亏损，求出亏损的最小值.

(3) 假设这种电子产品第一年恰好按上一问中盈利或亏损取得最值时进行销售，现根据第一年的盈亏情况，决定第二年将这种电子产品每件的销售价格 x(元)定在 8 元以上 ($x>8$)，当第二年的年利润不低于 103 万元时，请结合年利润 z(万元) 与销售价格 x(元/件) 之间关系的图像，求销售价格 x(元/件)的取值范围.



(第 2 题)

第6章　图形的相似

课时1　图上距离与实际距离

目标导航

结合现实情境了解线段的比和成比例的线段. 知道比例中项等概念. 理解并掌握比例的基本性质,并会运用基本性质解决简单的问题.

问题导学

活动一:量一量　算一算

1. 什么是比例尺? 请解释比例尺 $1:50\ 000$ 的含义. 若在比例尺 $1:50\ 000$ 的地图上测得 A、B 两点间的距离是 3 cm,求 A、B 两地间的实际距离.

2. 动手量一量,完成课本中的“尝试与交流”. 在这两幅地图中,$a:b$ 与 $c:d$ 这两个比值相等吗? 满足什么条件的线段是成比例线段?

3. 线段的比和成比例线段有何区别和联系?

活动二:想一想　用一用

1. 回忆比例的基本性质,并写下来.

2. 比例式$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$还可以写成哪些不同的形式?

3. 什么是比例中项?4 和 6 的比例中项是什么?

检测反馈

1. 已知$ad=bc$(a、b、c、d 均不为 0),下列各式中,错误的是(　　).

A. $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$　　B. $\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$　　C. $\frac{a}{b}=\frac{d}{c}$　　D. $\frac{c}{d}=\frac{a}{b}$

2. 下列各组线段中,成比例的是(　　).

A. 1.5 cm,2.5 cm,4.5 cm,6.5 cm　　B. 1 cm,2 cm,3 cm,4 cm

C. 2 cm,3 cm,1.5 cm,1 cm　　D. $\frac{1}{2}$ cm,$\frac{1}{3}$ cm,$\frac{1}{5}$ cm,$\frac{1}{8}$ cm

3. 若$2a=3b$,则$\frac{a}{b}=$________,$\frac{a+b}{b}=$________,$\frac{a-b}{b}=$________,$\frac{4a-3b}{4a+3b}=$________.

4. 已知线段$a=4$ cm,$b=9$ cm,它们的比例中项$c=$________ cm.

5. 在某市城区地图(比例尺 1∶9 000)上,南京路的图上长度与北京路的图上长度分别是 16 cm、10 cm.

(1) 南京路与北京路的实际长度各是多少米?

(2) 南京路与北京路的图上长度之比是多少?它们的实际长度之比呢?由此你发现了什么?

迁移运用

1. 填空:

(1) 延长线段AB到点C,使$\frac{AB}{BC}=\frac{1}{2}$,则$\frac{AC}{BC}=$________,$\frac{AB}{AC}=$________;

(2) 已知$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{2}{5}$,那么$\frac{a+b}{b}=$________,$\frac{d-c}{d}=$________.

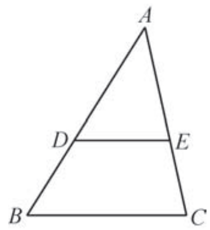
2. 已知 $a=3$ cm，$b=2$ cm，$c=6$ cm，请你再添加一条线段 d，使这四条线段成比例，求线段 d 的长.

3. 若 $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$，且 $2x+3y-z=18$，求 x、y、z 的值.

4. 如图，在△ABC 中，$AB=12$ cm，$AE=6$ cm，$EC=4$ cm，且 $\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{EC}$.

(1) 求 AD 的长；

(2) 求证：$\frac{BD}{AB}=\frac{EC}{AC}$.



（第 4 题）

课时 2 黄金分割

目标导航

了解黄金分割、黄金比的意义,会确定一条线段的黄金分割点.在研究黄金分割的过程中进一步理解线段的比和成比例线段,体会数学与生活的联系.

问题导学

活动一:量一量 算一算

1. 分别测量课本第 44 页图中的 AB、AC、BC 的长,计算比值并填表(结果精确到 0.01).

	AB	AC	BC	$\dfrac{AB}{AC}$	$\dfrac{BC}{AB}$
东方明珠					
芭蕾舞演员					

2. 完成课本第 45 页“尝试与交流”,并与上表比较,你发现了什么?

活动二:画一画 写一写

根据你在活动一中的发现,画出合适的图形,结合图形描述:什么是黄金分割?什么是黄金分割点?什么是黄金比?

活动三:想一想 做一做

完成《数学实验手册》(九年级全一册)“实验 5 折纸——认识黄金矩形”,思考如何用矩形纸片、正方形纸片折出黄金矩形,以及如何用黄金矩形纸片再折出一个黄金矩形.将你的想法和同学交流.

检测反馈

1. 若 C 是线段 AB 的黄金分割点($AC>BC$),则下列比例式正确的是( ).

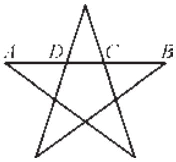
A. $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{AC}{BC}$ B. $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{BC}{AC}$ C. $\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{BC}{AB}$ D. $\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{AB}{BC}$

2. 已知一本书的宽与长的比为黄金比,且它的长为 20 cm,则宽约为( ).

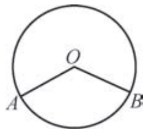
A. 7.64 cm B. 12.36 cm C. 13.60 cm D. 32.36 cm

3. 一条线段的黄金分割点有________个.

4. 如图,正五角星形中充满了黄金分割,已知$\frac{CD}{AD}=\frac{AD}{AC}=\frac{AC}{AB}$,$AB=1$,则 $AD\approx$________,$CD\approx$________(精确到 0.01).



(第 4 题)



①


②

(第 5 题)

5. 如图①,折线段 AOB 将面积为 S 的⊙O 分成两个扇形,大扇形、小扇形的面积分别为 S_1、S_2,若$\frac{S_1}{S}=\frac{S_2}{S_1}=0.618$,则称分成的小扇形为“黄金扇形”,生活中的折扇(如图②)大致是“黄金扇形”,“黄金扇形”的圆心角约为________°(精确到 0.1°).

迁移运用

1. 填空:

(1) 若 M 是线段 AB 的黄金分割点,且 $AB=1$,则 $AM=$________(保留根号).

(2) 若 M、N 是线段 AB 上的两个黄金分割点,且 $AB=1$ cm,则 $MN=$________ cm(保留根号).

2. 宽与长的比是$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$的矩形叫做黄金矩形. 心理测试表明:黄金矩形令人赏心悦目,它给我们以协调匀称的美感. 现将小波在数学活动课中画黄金矩形的方法归纳如下(如图):

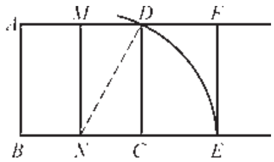
(1) 画正方形 $ABCD$;

(2) 分别取 AD、BC 的中点 M、N,连接 MN;

(3) 以 N 为圆心,ND 长为半径画弧,交 BC 的延长线于点 E;

(4) 过点 E 作 $EF\perp AD$,交 AD 的延长线于点 F.

请证明矩形 $DCEF$ 为黄金矩形.



(第 2 题)

课时 3 相似图形

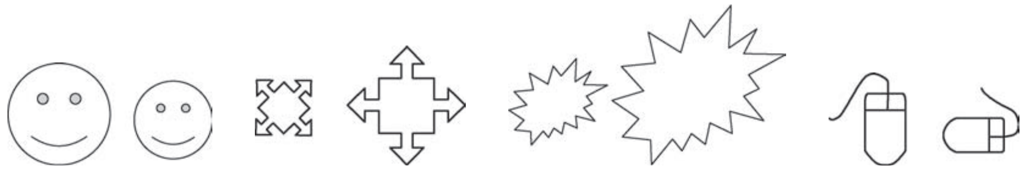
目标导航

了解形状相同的图形是相似形,能在诸多图形中找出相似形,了解相似多边形和相似比.能根据定义判断两个多边形是否相似.

问题导学

活动一:看一看 说一说

观察如图 6-1 所示的各组图形,它们有什么共同特点?



① ② ③ ④

图 6-1

活动二:量一量 比一比

如图 6-2,度量$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$的边和角,并回答问题.

(1) $\angle A=$________°, $\angle B=$________°, $\angle C=$________°, $\angle A'=$________°, $\angle B'=$________°, $\angle C'=$________°.

(2) $AB=$________cm, $A'B'=$________cm, $\frac{AB}{A'B'}=$________cm;

$BC=$________cm, $B'C'=$________cm, $\frac{BC}{B'C'}=$________cm;

$AC=$________cm, $A'C'=$________cm, $\frac{AC}{A'C'}=$________cm.

(3) 观察上面的数据,你有什么发现?

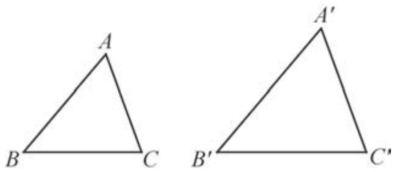


图 6-2

活动三:量一量 想一想

1. 度量课本"思考与探索"问题 2 中图形的边和角,你有什么发现?

2. 结合活动二中的发现,猜想两个相似多边形应具有什么特征.

3. 相似三角形和全等三角形有何区别与联系?

活动四：想一想　试一试

1. 思考课本中的“尝试与交流”，想一想如何判断两个矩形为相似矩形？两个菱形呢？

2. 如何判定两个多边形为相似多边形？

检测反馈

1. 下列说法中，正确的是(　　).

A. 所有的等腰三角形都相似　　B. 所有的直角三角形都相似

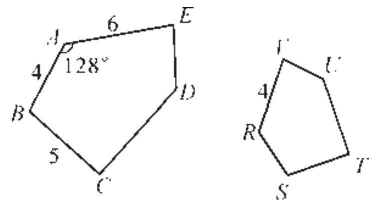
C. 所有的等边三角形都相似　　D. 所有的矩形都相似

2. 填空：

(1) 如果$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，$\angle A=60^\circ$，$\angle B=40^\circ$，那么$\triangle DEF$中最小角的度数为________.

(2) $\triangle ABC$的三条边长分别为6、8、10，与其相似的$\triangle DEF$的最短边的长为3，则$\triangle DEF$的最长边的长为________.

3. 如图，五边形$ABCDE\backsim$五边形$RSTUV$，求$\angle R$的度数和边RS的长.

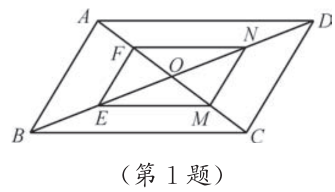


(第 3 题)

迁移运用

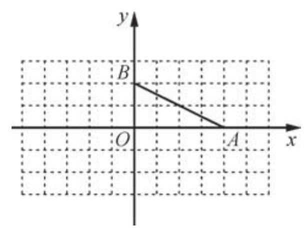
1. 如图，在▱$ABCD$中，AC与BD相交于点O，F、E、M、N分别是AO、BO、CO、DO的中点，连接FE、EM、MN、FN，得到▱$FEMN$.

求证：▱$ABCD\backsim$▱$FEMN$.



(第 1 题)

2. 如图，在平面直角坐标系中，$\triangle OAB$的顶点坐标分别为$O(0,0)$、$A(4,0)$、$B(0,2)$. 你能否在x轴、y轴上分别找到格点C、D，使得由点O、C、D组成的三角形与$\triangle AOB$相似(不含与$\triangle AOB$全等)？如果能，请画出图形，并写出点C、D的坐标.



(第 2 题)

课时 4　探索三角形相似的条件(1)

目标导航

通过探索，掌握基本事实“两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例”. 掌握结论“平行于三角形一边的直线与其他两边相交，所截得的三角形与原三角形相似”，能运用上述事实和结论解决问题.

问题导学

活动一：量一量　议一议

1. 按照课本“尝试与交流”中的要求画图，量出所画图中线段 AB、BC、AC、DE、EF、DF 的长，并计算对应线段的比值，说说你的发现.

2. 在所画图中再添加几条平行线，量一量截得的线段长，再次计算对应线段的比值，刚才的发现还成立吗?

3. 用一句话概括你的发现.

活动二：想一想　证一证

1. 如图 6-3，在$\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在 AB、AC 上，且 $DE\parallel BC$，则$\triangle ADE$ 与$\triangle ABC$ 是否相似? 说明理由.

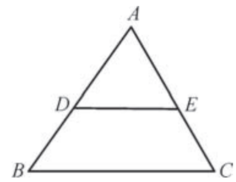


图 6-3

2. 请用文字语言概括问题 1 中所得结论.

3. 如图 6-4，若点 D、E 分别在 AB、AC 的反向延长线上，且 $DE\parallel BC$，则$\triangle ADE$ 与$\triangle ABC$ 是否相似? 说明理由.

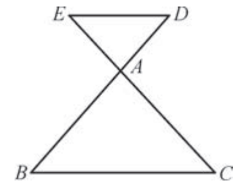
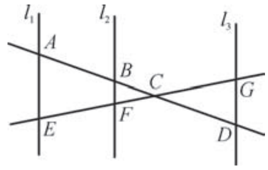


图 6-4

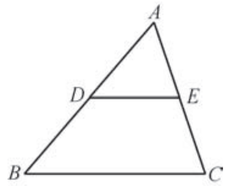
4. 通过上述问题的解决，用一句话概括你的发现.

检测反馈



（第 1 题）

1. 如图，$l_1 /\!/ l_2 /\!/ l_3$，那么$\dfrac{AB}{BD}=$________，$\dfrac{EG}{FG}=$________.



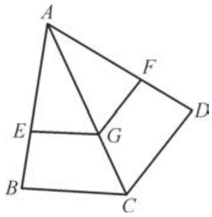
（第 2 题）

2. 如图，在△ABC 中，$DE /\!/ BC$.

（1）若 $AD=3$，$AB=9$，$DE=4$，则 $BC=$________；

（2）若 $DE:BC=2:5$，则 $AD:DB=$________；

（3）若 $BC=7$，$DE=4$，$AE=8$，则 $EC=$________.

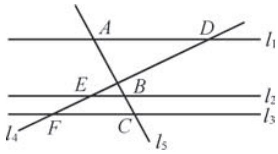


（第 3 题）

3. 已知：如图，$EG /\!/ BC$，$GF /\!/ CD$.

求证：$\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AF}{AD}$.

迁移运用



（第 1 题）

1. 如图，直线 $l_1 /\!/ l_2 /\!/ l_3$，另两条直线 l_4、l_5 分别交 l_1、l_2、l_3 于点 A、B、C 及点 D、E、F，且 $AB=3$，$DE=6$，$EF=2$，则 BC 的长为________.

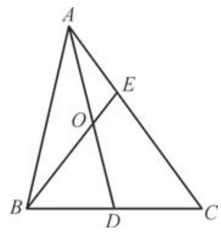
2. 如图，在△ABC 中，D 是边 BC 的中点，E 是边 AC 上的任意一点，BE 交 AD 于点 O.

（1）当$\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{1}{2}$时，求$\dfrac{AO}{AD}$的值；

（2）当$\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{1}{3}$时，求$\dfrac{AO}{AD}$的值；

（3）当$\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{1}{4}$时，求$\dfrac{AO}{AD}$的值；

（4）当$\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{1}{n+1}$时，试猜想$\dfrac{AO}{AD}$的值，并证明你的猜想.



（第 2 题）

课时5 探索三角形相似的条件(2)

目标导航

探索并掌握相似三角形的判定定理“两角分别相等的两个三角形相似”,并能运用其判定两个三角形相似.提高有条理思考和推理的能力.

问题导学

活动一:画一画 想一想

1. 如图6-5,小明用白纸遮住了3个三角形的一部分,你能画出这3个三角形吗?如果能,请补全这3个三角形.

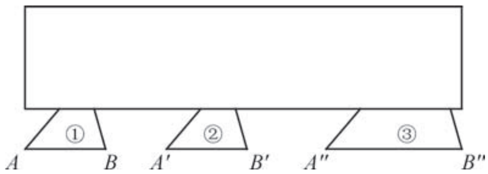


图6-5

2. 在图6-5中,如果$\angle A=\angle A'$,$\angle B=\angle B'$,$AB=A'B'$,那么三角形①和三角形②全等吗?如果$\angle A''=\angle A$,$\angle B''=\angle B$,那么三角形①和三角形③相似吗?验证你的判断.

3. 上面的操作说明了什么?把你的发现与同学交流.

活动二:议一议 证一证

小林将在活动一画得的$\triangle ABC$平移,使点A与点A''重合,AB落在$A''B''$上,AC落在$A''C''$上(如图6-6),他认为这样操作也可以证明$\triangle ABC\backsim\triangle A''B''C''$.为什么?

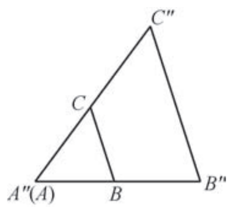


图6-6

检测反馈

1. 下列说法中,不正确的是(　　).

A. 有一个底角对应相等的两个等腰三角形相似

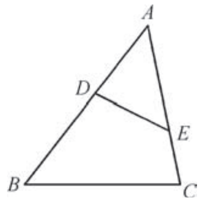
B. 有一个角对应相等的两个等腰三角形相似

C. 所有等边三角形都相似

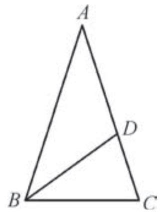
D. 顶角对应相等的两个等腰三角形相似

2. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ADE=\angle C$，下列等式中，成立的是(　　).

A. $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$　　B. $\frac{AE}{BC}=\frac{AD}{BD}$　　C. $\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AB}$　　D. $\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}$



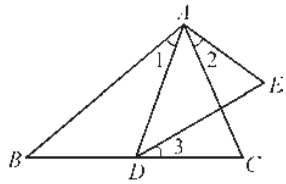
（第 2 题）



（第 3 题）

3. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle A=36^\circ$，BD是$\angle ABC$的平分线. $\triangle ABC$与$\triangle BCD$相似吗？请说明理由.

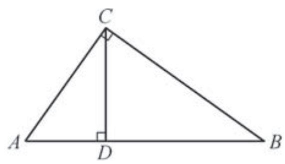
4. 如图，已知$\angle 1=\angle 2=\angle 3$，则$\triangle ABC$与$\triangle ADE$相似吗？为什么？



（第 4 题）

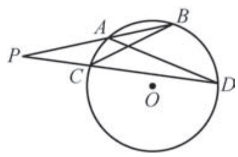
迁移运用

1. 如图，在$\triangle ABC$中，D是边AB上的一点，$\angle ADC=\angle ACB=90^\circ$，$AD=2$，$BD=6$，则边$AC$的长为________.



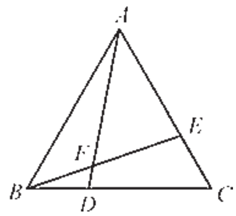
（第 1 题）

2. 如图，过$\odot O$外一点P画直线PB、PD，分别交$\odot O$于点A、B、C、D，若$PA=3$，$AB=PC=2$，求CD的长.



（第 2 题）

3. 如图，$\triangle ABC$是等边三角形，点D、E分别在边BC、AC上，且$BD=CE$，AD与BE相交于点F. 试说明：$BD^2=AD\cdot DF$.



（第 3 题）

课时6 探索三角形相似的条件(3)

目标导航

探索并证明相似三角形的判定定理“两边成比例且夹角相等的两个三角形相似”,并能运用其判定两个三角形相似.提高有条理思考和推理的能力.

问题导学

活动一:想一想 做一做

1. 如图6-7,在$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$中,$\angle A=\angle A'$,$\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}$.试说明:$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$(提示:若$AB>A'B'$,在$AB$上截取$AB''=A'B'$,过点$B''$作$B''C''\parallel BC$,交$AC$于点$C''$).

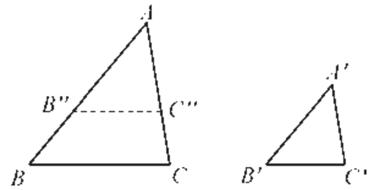


图6-7

2. 通过上面的探索,归纳判定三角形相似的条件.

活动二:试一试 证一证

如图6-8,在$\triangle ABC$中,点D、E分别在边AC和边AB上,BD、CE相交于点O,$AD:AE=AB:AC$.

(1) $\triangle ABD$与$\triangle ACE$相似吗?为什么?

(2) 图中还有几对相似三角形?把它们分别表示出来,并说明理由.

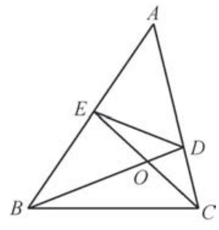


图6-8

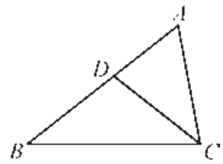
检测反馈

1. 下列条件中,能判定$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$相似的是(　　).

A. $\angle A=\angle A'$,$\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{BC}{B'C'}$　　B. $\angle A=\angle B'$,$\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{B'C'}$

C. $\angle A=\angle A'$,$\dfrac{BC}{B'C'}=\dfrac{AC}{A'C'}$　　D. $\angle A=\angle B'$,$\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}$

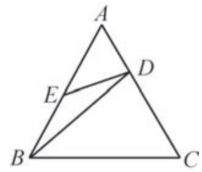
2. 如图，在$\triangle ABC$中，点D在边AB上，要说明$\triangle ACD \backsim \triangle ABC$，已具备的条件是________________，还需添加的条件是____________或____________或____________.



（第 2 题）

3. Rt$\triangle ABC$的两条直角边长分别为 3 cm 和 4 cm，若Rt$\triangle DEF$与Rt$\triangle ABC$相似，且一条直角边长6 cm，则另一条直角边长________ cm.

4. 如图，在等边三角形ABC中，D、E分别在AC、AB上，且$\frac{AD}{AC}=\frac{1}{3}$，$AE=EB$. 求证：$\triangle AED \backsim \triangle CBD$.



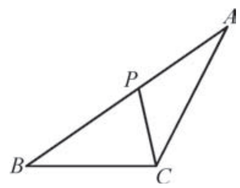
（第 4 题）

迁移运用

1. 如图，在$\triangle ABC$中，P为边AB上的一点，在下列条件中：① $\angle ACP=\angle B$；② $\angle APC=\angle ACB$；③ $AC^2=AP \cdot AB$；④ $AB \cdot CP=AP \cdot CB$，能使得$\triangle APC \backsim \triangle ACB$成立的是（　　）.

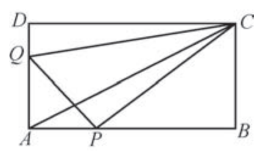
A. ①②④　　B. ①③④

C. ②③④　　D. ①②③



（第 1 题）

2. 如图，在矩形$ABCD$中，$AB=12$ cm，$BC=6$ cm，点P沿边AB从点A开始向点B以 2 cm/s 的速度移动，点Q沿边DA从点D开始向点A以 1 cm/s 的速度移动. 如果点P、Q同时出发，用t(s)表示移动的时间$(0 \leqslant t \leqslant 6)$，那么当$t$为何值时，以$Q$、$A$、$P$为顶点的三角形和$\triangle ABC$相似？



（第 2 题）

课时 7　探索三角形相似的条件(4)

目标导航

探索并证明相似三角形的判定定理“三边成比例的两个三角形相似”,并能运用其判定两个三角形相似,进一步提高有条理思考和推理的能力.

问题导学

活动一:做一做　证一证

1. 如图 6-9,已知△ABC.

(1) 作△$A'B'C'$,使得$\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}=\dfrac{BC}{B'C'}=2$;

(2) 比较∠A 与∠A'的大小,由此你能判断△ABC 和△$A'B'C'$相似吗?为什么?

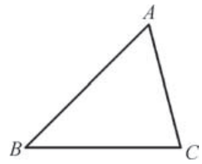


图 6-9

2. 设$\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}=\dfrac{BC}{B'C'}=k$,改变 k 的值,再试一试,△ABC 和△$A'B'C'$是否相似?证明你的判断.

活动二:想一想　说一说

通过上面的探索,归纳所发现的判定三角形相似的条件.

检测反馈

1. 在△ABC 和△$A'B'C'$中,有下列条件:① $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{BC}{B'C'}$;② $\dfrac{AC}{A'C'}=\dfrac{BC}{B'C'}$;③ $\angle A=\angle A'$;④ $\angle C=\angle C'$.从中任选两个条件,能判定△ABC∽△$A'B'C'$的有(　　).

A. 1 种　　B. 2 种　　C. 3 种　　D. 4 种

2. 在△ABC 和△DEF 中,$AB=4$,$BC=5$,$AC=8$,$DE=6$,$DF=12$.当$EF=$________时,△ABC∽△DEF.

3. 等腰三角形 ABC 的腰长为 18 cm,底边长为 6 cm,在腰 AC 上取一点 D,使△ABC∽△BDC,则 $DC=$________ cm.

4. 一个铝制三角形框架的三条边长分别为 24 cm、30 cm、36 cm，再做一个与它相似的铝制三角形框架，现有长分别为 27 cm、45 cm 的两根铝材，要求以其中的一根为一边，另一根截下两段(允许有余料)作为另外两边，截法有(　　).

A. 0 种　　B. 1 种　　C. 2 种　　D. 3 种

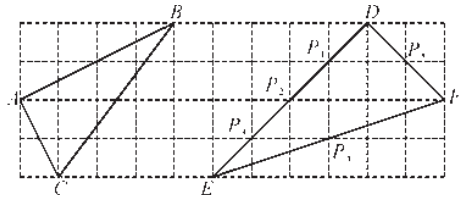
5. 在$\triangle ABC$中，$AB=8$，$BC=10$，$CA=12$，在$\triangle DEF$中，最短边$DE=2$，则当EF、FD分别等于多少时，这两个三角形相似？

迁移运用

1. 如图，方格纸中每个小正方形的边长都为 1，$\triangle ABC$和$\triangle DEF$的顶点都在格点上.

(1) 判断$\triangle ABC$和$\triangle DEF$是否相似，并说明理由.

(2) P_1、P_2、P_3、P_4、P_5、D、F是$\triangle DEF$边上的 7 个格点，请在这 7 个格点中选取 3 个作为三角形的顶点，使构成的三角形与$\triangle ABC$相似(要求写出 2 个符合条件的三角形，并在图中连接相应线段，不必说明理由).



(第 1 题)

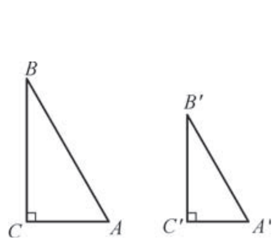
2. 学习本章后，我们可以借助探索两个直角三角形全等的条件所获得的经验，继续探索两个直角三角形相似的条件.

(1) “对于两个直角三角形，满足一边一锐角对应相等，或两直角边对应相等，这两个直角三角形全等”. 类似地，你可以得到“满足________________或________________，两个直角三角形相似”.

(2) “满足斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等”，类似地，你可以得到“满足________________的两个直角三角形相似”. 请你结合右图，写出已知，并完成说理过程.

已知：如图，____.

求证：$Rt\triangle ABC\backsim Rt\triangle A'B'C'$.



(第 2 题)

课时 8　探索三角形相似的条件(5)

目标导航

了解三角形重心的概念,了解三角形的三条中线相交于一点的证明,能较灵活地运用相似三角形的判定方法.

问题导学

活动一:想一想　写一写

如图 6－10,BE、CF 是△ABC 的中线,且相交于点 G,求证:$\frac{GB}{GE}=\frac{GC}{GF}=2$(提示:这 4 条线段在哪两个三角形中?作怎样的辅助线,就可构造出它们所在的相似三角形?)

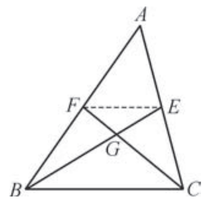


图 6－10

活动二:试一试　证一证

(1) 如图 6－11,如果 AD 是△ABC 的另一条中线,AD 与 BE 相交于点 G',$\frac{BG'}{G'E}=\frac{AG'}{G'D}=2$ 吗?点 G 与点 G' 重合吗?试写出证明过程;

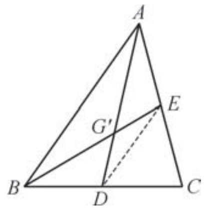


图 6－11

(2) △ABC 的 3 条中线有什么关系?其他三角形的中线是否有这样的关系?画一画,试一试.

(3) 归纳:________________.

检测反馈

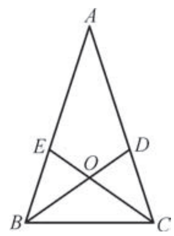
1. 如图,在等腰三角形 ABC 中,$AB=AC$,$\angle A=36°$,BD 为$\angle ABC$ 的平分线,CE 是$\angle ACB$ 的平分线,BD、CE 相交于点 O.则与△ABC 相似的三角形有(　　).

A. 3 个

B. 4 个

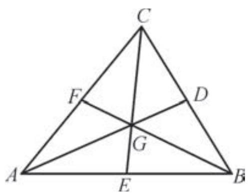
C. 5 个

D. 6 个

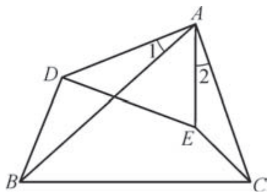


(第 1 题)

2. 如图,在$\triangle ABC$中,三条中线交于点G,$BG:FG=$________,$S_{\triangle ABG}:S_{\triangle ABC}=$________.



（第2题）



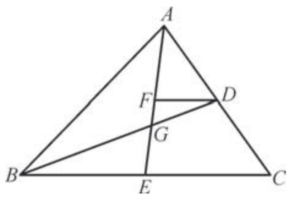
（第3题）

3. 如图,$\triangle ADE$和$\triangle ABC$有一个公共顶点A,$\angle 1=\angle 2$.

(1) 请你添加一个适当的条件,使$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$,则需要添加的条件可以是____________________.

(2) 由(1),你能否得到其他的相似三角形?如果能,请说明理由.

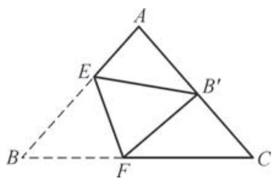
4. 如图,$\triangle ABC$的中线AE、BD相交于点G,$DF\parallel BC$,交AE于点F.求$\dfrac{FG}{AE}$的值.



（第4题）

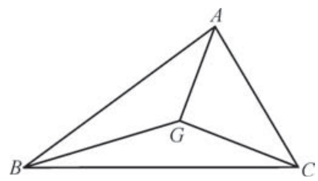
迁移运用

1. 将三角形纸片ABC按如图所示的方式折叠,使点B落在边AC上,记为点B',折痕为EF.已知$AB=AC=3$,$BC=4$,如果以B'、F、C为顶点的三角形与$\triangle ABC$相似,那么BF的长是________.



（第1题）

2. 如图,点G是$\triangle ABC$的重心,$AG\perp GC$,$AG=3$,$GC=4$.求BG的长.



（第2题）

课时 9 相似三角形的性质(1)

目标导航

探索并掌握相似三角形、相似多边形的有关性质,并能应用其解决简单问题.

问题导学

活动一:想一想 试一试

1. 根据相似三角形和相似多边形的定义,能得到什么性质?

2. 马路旁边原有一个周长为 80 m 的三角形绿地 ABC(如图6－12),由于马路拓宽,绿地被“削”去一个角,变成了四边形绿地 $BCED$,其中$BC/\!/DE$,已知原绿地的一边 AB 的长由30 m缩短成 18 m,那么被“削”去部分的周长是多少?

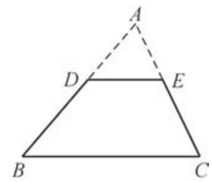


图 6－12

3. 两个相似多边形周长之间有什么关系?说明你的理由.

活动二:议一议 证一证

1. 如图 6－13,$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$,相似比为 k,AD 与$A'D'$分别是$\triangle ABC$ 和$\triangle A'B'C'$的边 BC、$B'C'$上的高. 试说明$\dfrac{AD}{A'D'}=k$.

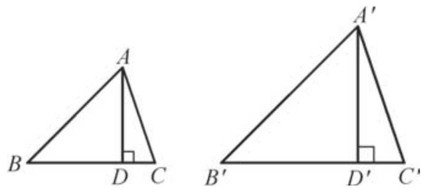


图 6－13

2. 你能猜想并证明相似三角形对应高之间的关系吗?

3. 两个相似三角形的面积之间有怎样的关系?为什么?两个相似多边形的面积之间又有怎样的关系?

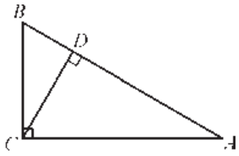
检测反馈

1. 已知$\triangle ADE$ 与$\triangle ABC$ 的相似比为 1∶2,则$\triangle ADE$ 与$\triangle ABC$ 的面积比为(　　).

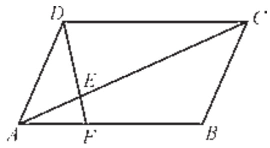
A. 1∶2　　B. 1∶4　　C. 2∶1　　D. 4∶1

2. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$\angle A=30°$，$CD\perp AB$，垂足为 D. $\triangle BCD$ 与 $\triangle ABC$ 的周长之比为(　　).

A. $1:2$　　　　B. $1:3$　　　　C. $1:4$　　　　D. $1:5$



（第 2 题）



（第 3 题）

3. 如图，在▱$ABCD$ 中，$CD=10$，F 是边 AB 上一点，DF 交 AC 于点 E，且 $\dfrac{AE}{EC}=\dfrac{2}{5}$，则 $\dfrac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle CDE}}=$________，$BF=$________.

4. 如果两个相似多边形的面积比为 $4:9$，那么这两个相似多边形对应边的比是________.

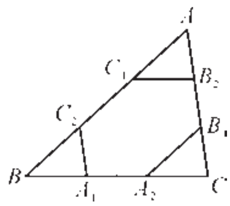
5. 五边形 $ABCDE$ 与五边形 $A'B'C'D'E'$ 相似，相似比为 $3:2$.

(1) 如果五边形 $ABCDE$ 的周长为 72 cm，求五边形 $A'B'C'D'E'$ 的周长；

(2) 如果五边形 $A'B'C'D'E'$ 的面积为 120 cm^2，求五边形 $ABCDE$ 的面积.

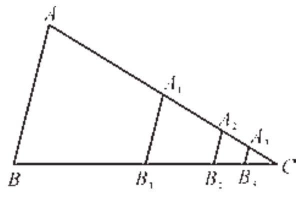
迁移运用

1. 如图，点 A_1、A_2，点 B_1、B_2，点 C_1、C_2 分别是$\triangle ABC$ 的边 BC、CA、AB 的三等分点，若$\triangle ABC$ 的周长为 l，求六边形 $A_1A_2B_1B_2C_1C_2$ 的周长.



（第 1 题）

2. 如图，已知$\triangle ABC$ 的面积为 1，分别取 AC、BC 的中点 A_1、B_1，则四边形 A_1ABB_1 的面积为 $\dfrac{3}{4}$，再分别取 A_1C、B_1C 的中点 A_2、B_2，A_2C、B_2C 的中点 A_3、B_3，依次取下去. 利用所给图形，计算 $\dfrac{3}{4}+\dfrac{3}{4^2}+\dfrac{3}{4^3}+\cdots+\dfrac{3}{4^n}$.



（第 2 题）

课时 10 相似三角形的性质(2)

目标导航

探索并掌握相似三角形对应线段之比与相似比的关系,并能熟练应用.

问题导学

活动一:猜一猜 证一证

1. 全等三角形对应高、对应角平分线、对应中线有怎样的数量关系?猜想:相似三角形对应高、对应角平分线、对应中线有怎样的数量关系?

2. 如图 6-14,$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$,相似比为 k,AD 与 $A'D'$ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的边 BC、$B'C'$ 上的中线. 试说明:$\frac{AD}{A'D'}=k$.

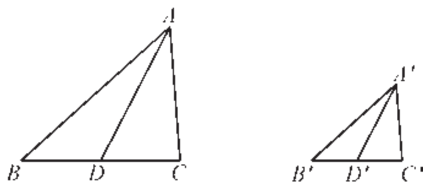


图 6-14

3. 通过上面的说明过程,你能归纳出相似三角形对应中线之间的关系吗?

4. 相似三角形对应角平分线之间也具有上述关系吗?为什么?

活动二:议一议 说一说

通过上面的学习,你能总结相似三角形对应线段(包括周长)、面积之间的关系吗?

检测反馈

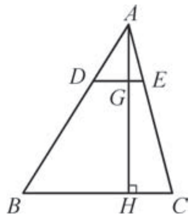
1. 相似三角形对应边之比为 1∶2,相似比为________,对应高的比为________,对应角平分线的比为________,周长的比为________,面积的比为________.

2. 两个相似三角形的周长之比为 1∶4,它们的对应高的比为(　　).

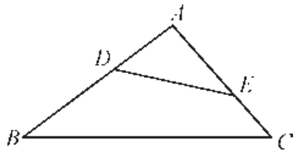
A. 1∶2　　B. 3∶2　　C. 2∶1　　D. 1∶4

3. 如图，在$\triangle ABC$中，$DE /\!/ BC$，$AH \perp BC$，垂足为H，AH交DE于点G，$AD : BD = 1 : 2$. 下列结论中，错误的是(　　).

A. $\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{AG}{AH}=\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{\triangle ADE\text{的周长}}{\triangle ABC\text{的周长}}=\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{\triangle ADE\text{的面积}}{\triangle ABC\text{的面积}}=\dfrac{1}{3}$



(第 3 题)



(第 4 题)

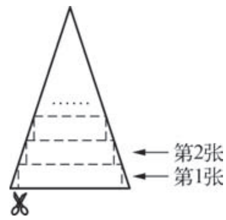
4. 如图，在$\triangle ABC$中，点D、E分别在AB、AC上，$AB=10$ cm，$AC=8$ cm，$AD=4$ cm，$AE=5$ cm. 若点A到BC的距离为 6 cm，试求点A到DE的距离.

迁移运用

1. 一张等腰三角形纸片的底边为 15 cm，底边上的高为 22.5 cm. 现沿底边依次从下往上裁剪宽度均为 3 cm 的矩形纸条(如图所示). 已知剪得的纸条中有一张是正方形，则这张正方形纸条是(　　).

A. 第 4 张　　　　B. 第 5 张

C. 第 6 张　　　　D. 第 7 张

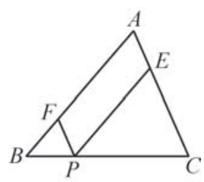


(第 1 题)

2. 如图，在$\triangle ABC$中，P是边BC上的任意一点(点P与点B、C不重合)，▱$AFPE$的顶点F、E分别在AB、AC上. 已知$BC=2$，$S_{\triangle ABC}=1$. 设$BP=x$，▱$AFPE$的面积为y.

(1) 求y与x之间的函数表达式.

(2) 上述函数有最大值或最小值吗？若有，求出当x取何值时，y的值最大或最小. 最大值或最小值是多少？若没有，请说明理由.



(第 2 题)

课时 11 图形的位似

目标导航

了解位似图形的基本特征，知道位似图形与相似图形之间的区别与联系，会利用位似将一个图形放大或缩小；探索并了解平面直角坐标系中位似多边形对应顶点坐标间的特点.

问题导学

活动一：画一画 想一想

如图 6－15，已知点 O 和$\triangle ABC$.

(1) 画射线 OA、OB、OC，分别在 OA、OB、OC 上取点 A'、B'、C'，使$\frac{OA'}{OA}=\frac{OB'}{OB}=\frac{OC'}{OC}=2$，画$\triangle A'B'C'$；

(2) 分别在 OA、OB、OC 的反向延长线上取点 A''、B''、C''，使$\frac{OA''}{OA}=\frac{OB''}{OB}=\frac{OC''}{OC}=\frac{1}{2}$，画$\triangle A''B''C''$.

(3) $\triangle A'B'C'$与$\triangle ABC$、$\triangle A''B''C''$与$\triangle ABC$ 是否相似？为什么？

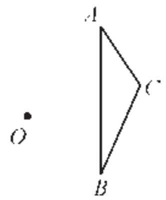


图 6－15

活动二：做一做 议一议

1. 结合画图过程，你认为位似图形具有哪些特征？和同学交流.

2. 完成课本“实践与探索”.

检测反馈

1. 下列说法：① 相似图形是位似图形；② 位似图形是相似图形；③ 位似图形中任意一对对应点到位似中心的距离之比等于位似比；④ 位似图形中的对应线段平行；⑤ 位似图形一定有位似中心.

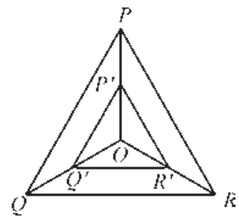
其中，正确的有(　　).

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

2. 如图，点 O 是等边三角形 PQR 的中心，P'、Q'、R' 分别是 OP、OQ、OR 的中点，此时 $\triangle P'Q'R'$ 与 $\triangle PQR$ 的位似比、位似中心分别为（　　）.

A. 2　点 P　　B. 1　点 P

C. 2　点 O　　D. $\frac{1}{2}$　点 O



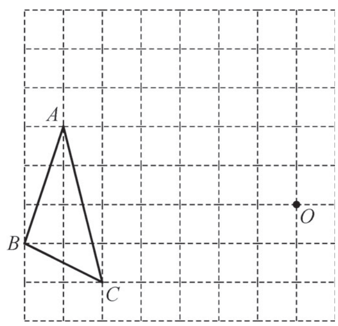
（第 2 题）

3. 如果两个四边形是位似图形，且它们的面积之比为 4∶9，那么其位似比为________.

4. 在如图的方格纸中有一点 O 和 $\triangle ABC$（每个小方格的边长都是 1 个单位长度）.

(1) 以点 O 为位似中心，把 $\triangle ABC$ 缩小为原来的一半，得到 $\triangle A'B'C'$；

(2) 描述 $\triangle A'B'C'$ 的顶点 A'、B'、C' 的位置.

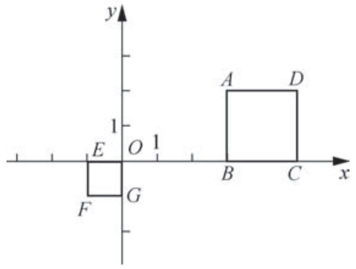


（第 4 题）

迁移运用

1. 在平面直角坐标系中，$\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别是 $A(1,1)$、$B(2,1)$、$C(3,2)$，试以坐标原点为位似中心，将 $\triangle ABC$ 放大，使放大后的 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比为 4∶1. 请建立平面直角坐标系，并画出相关图形.

2. 如图，在正方形 $ABCD$ 和正方形 $OEFG$ 中，点 A 和点 F 的坐标分别为 $(3,2)$、$(-1,-1)$，求两个正方形的位似中心的坐标.



（第 2 题）

课时 12　用相似三角形解决问题(1)

目标导航

了解平行投影的含义，通过观察、测量等操作活动，探究在平行光线的照射下物体的物高与影长的关系，并会利用相似三角形的有关性质解决实际问题．提高分析问题、解决问题的能力．

问题导学

活动一：读一读　测一测

1. 阳光下的影子是怎样产生的？什么是平行投影？

2. 找一块没有遮拦的空地，完成课本上的实验，并填写表格，你发现了什么？请证明你的发现．

3. 如图 6－16，在某一时刻的阳光下，木杆 AB 的影子为 BC，你能画出此时 $A'B'$、$A''B''$两根木杆的影子吗？

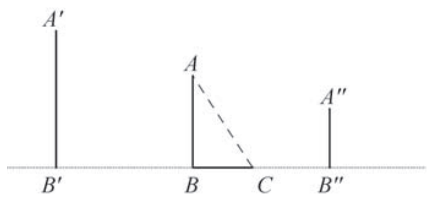


图 6－16

活动二：议一议　试一试

1. 在上面的问题中，不同物体的物高与其影长有何关系？你能用三角形相似的知识解释吗？

2. 尝试完成课本“尝试与交流”中的问题 2.

活动三:想一想　写一写

如图 6－17,某兴趣小组利用投影的知识进行实地测量,其中一部分同学在某一时刻测得长 1 m 的竹竿的影长是 0.9 m,另一部分同学在同一时刻对大树 AB 的影长进行测量,但由于大树距离建筑物太近,树影没有完全落在地面上,有一部分树影落在建筑物的墙壁上,只测得在地面上的树影长为 2.7 m.

(1) 设树高为 y m,树在墙上的影长为 x m,写出 y 与 x 之间的函数表达式;

(2) 如果树高为 10 m,那么此时留在墙壁上的树影有多高?

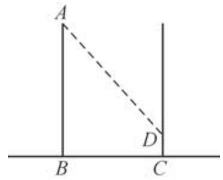


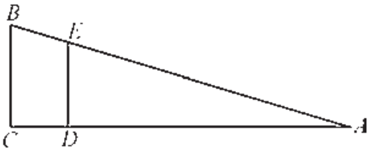
图 6－17

检测反馈

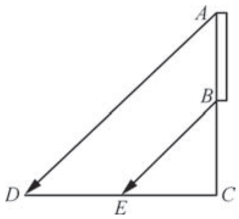
1. 已知高 1.5 m 的竹竿在阳光下的影长为 2.5 m,那么同一时刻,在阳光下影长为 30 m 的旗杆的高为(　　).

A. 15 m　　B. 16 m　　C. 18 m　　D. 20 m

2. 如图,体育课上,甲、乙两名同学分别站在 C、D 的位置时,甲、乙两人影子的头部恰好重合在同一点 A,已知甲、乙两名同学相距 1 m,甲身高 1.8 m,乙身高 1.5 m,则甲的影长是________ m.



(第 2 题)



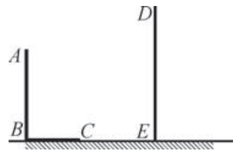
(第 3 题)

3. 如图,阳光从教室的窗户射入室内,窗户框 AB 在地面上的影长 $DE=1.8$ m,窗户下沿到地面的距离 $BC=1$ m,$EC=1.2$ m,那么窗户的高 AB 为________ m.

4. 如图，AB 和 DE 是直立在地面上的两根立柱，已知 $AB=5$ m，某一时刻 AB 在阳光下的投影 $BC=3$ m.

(1) 在图中画出此时 DE 在阳光下的投影；

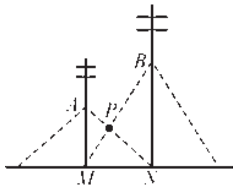
(2) 在测量 AB 的投影时，同时测量出 DE 在阳光下的投影长为 6 m，求 DE 的长.



（第 4 题）

迁移运用

1. 如图，相邻两根电线杆都用钢索在地面上固定(固定点 M、N 恰好为两电线杆的底部)，一根电线杆钢索系在离地面 4 m 的 A 处，另一根电线杆钢索系在离地面 6 m 的 B 处，则中间两根钢索相交处点 P 离地面的高度为(　　).



（第 1 题）

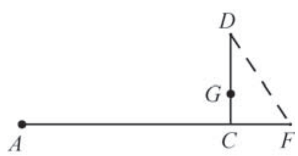
A. 2.4 m　　B. 2.8 m

C. 3 m　　D. 不能确定

2. 如图，已知 CD 为一幢高 3 m 的温室，其南面窗户的底框 G 距地面 1 m，温室 CD 在地面上留下的影长 CF 为 2 m，现要在距 C 处 7 m 的 A 处建一幢高 12 m 的楼房 AB(设点 A、C、F 在同一水平线上).

(1) 按比例画出楼房 AB 及它的影长 AE；

(2) 楼房 AB 建成后是否影响温室 CD 的采光？试说明理由.



（第 2 题）

课时 13　用相似三角形解决问题(2)

目标导航

通过观察、测量等操作活动,探究中心投影与平行投影的区别,并会运用中心投影的相关知识解决一些实际问题.

问题导学

活动一:想一想　说一说

1. 夜晚,当人们在路灯下行走时,你是否观察过一个有趣的现象:离开路灯越远,影子变得越长.你能说明理由吗?

2. 夜晚,小林的前方有一盏路灯 AB(图 6 - 18),当他从点 M 走向点 N 的过程中,画出示意图,并说明他的影子会发生怎样的变化.

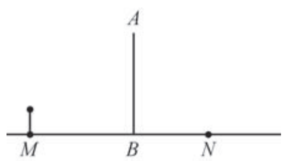


图 6 - 18

活动二:做一做　想一想

1. 取两根长度相等的小木棒,将它们直立摆放在不同位置,固定手电筒光源,测量木棒的影长.它们的影子长度相等吗? 试着画一画.

2. 改变手电筒光源的位置,木棒的影长发生了什么变化?

3. 在点光源的照射下,不同物体的物高与影长成比例吗? 中心投影与平行投影有什么区别?

4. 完成课本"尝试与交流".

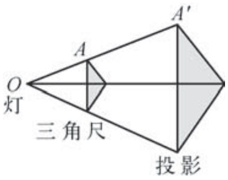
检测反馈

1. 在同一时刻的阳光下,小明的影子比小强的影子长,在同一路灯下(　　).

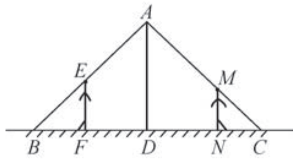
A. 小明的影子比小强的影子长　　B. 小明的影子比小强的影子短

C. 小明的影子和小强的影子一样长　　D. 以上都不对

2. 如图，三角尺在灯泡 O 的照射下在墙上形成影子，测得 $OA=20$ cm，$OA'=50$ cm，则这把三角尺的周长与它在墙上形成的影子周长的比是________.



（第 2 题）

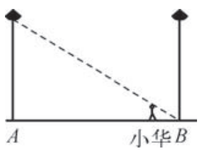


（第 3 题）

3. 如图，小强和小华站在路灯下，小强的身高 $EF=1.8$ m，小华的身高 $MN=1.5$ m，他们的影子恰巧等于各自的身高，即 $BF=1.8$ m，$CN=1.5$ m，且两人相距 4.7 m. 求路灯 AD 的高度.

迁移运用

1. 如图，A、B 两盏高度相同路灯底部间的距离是 30 m，一天晚上，当小华走到距路灯 B 的底部 5 m 处时，发现自己的影子顶部正好接触路灯 B 的底部. 已知小华的身高为 1.5 m，那么路灯 B 的高为________ m.



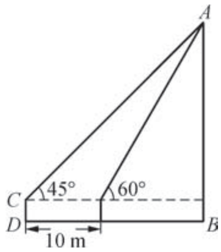
（第 1 题）

（第 2 题）

2. 如图，圆桌正上方的灯泡（看作一个点）发出的光线照射桌面后，在地面上形成阴影（圆形）. 已知桌面的直径为 1.2 m，桌面距离地面 1 m. 若灯泡距离地面 3 m，则地面上阴影部分的面积为（　　）.

A. $0.36\pi\ m^2$　　B. $0.81\pi\ m^2$　　C. $2\pi\ m^2$　　D. $3.24\pi\ m^2$

3. 如图，为了测得大树 AB 的高度，小明在 D 处用高 1 m 的测角仪 CD，测得树顶 A 的仰角为 45°，再向树方向前进 10 m，又测得树顶 A 的仰角为 60°，求这棵树的高度.



（第 3 题）

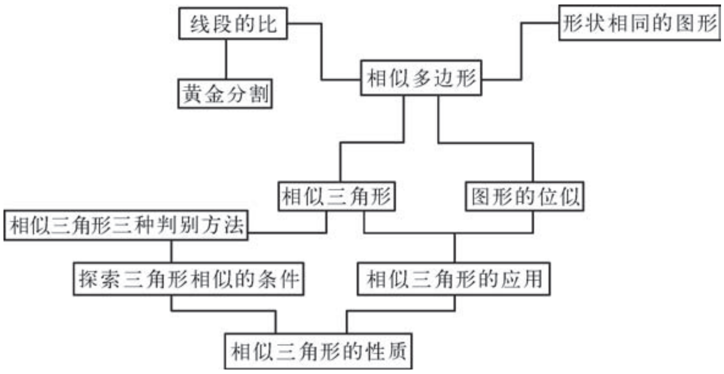
课时 14　小结与思考

目标导航

回顾、思考本章所学的知识及思想方法，能运用自己喜欢的方式进行梳理，进一步丰富对相似图形的认识，能有条理地、清晰地阐明自己的观点，养成归纳、反思的习惯.

问题导学

本章的知识结构：



结合本章知识结构图，回答下列问题：

(1) 相似三角形的性质有哪些？

(2) 本章探索三角形相似的条件有哪些？与三角形全等的条件有什么区别和联系？

(3) 在现实世界中，相似三角形都有哪些广泛的应用？

检测反馈

1. 下列各组图形中，一定相似的是(　　).

A. 两个平行四边形　　B. 两个矩形　　C. 两个菱形　　D. 两个正方形

2. 下列各组线段中，成比例线段的是(　　).

A. 3，6，7，9　　B. 2，5，6，8　　C. 3，6，9，18　　D. 1，2，3，4

3. 下列四组条件中，能判别$\triangle ABC$与$\triangle DEF$相似的是(　　).

A. $\angle A=45°$，$\angle B=55°$；$\angle D=45°$，$\angle F=75°$

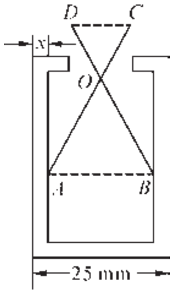
B. $AB=5$，$BC=4$，$\angle A=45°$；$DE=10$，$EF=8$，$\angle D=45°$

C. $AB=6$，$BC=5$，$\angle B=40°$；$DE=10$，$EF=12$，$\angle E=40°$

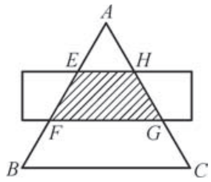
D. $BC=4$，$AC=6$，$AB=9$；$DE=6$，$EF=12$，$DF=18$

4. 如图,已知零件的外径为 25 mm,现用一个交叉卡钳($AC=BD$,$OC=OD$)量零件的内孔直径 AB. 若 $OC:OA=1:2$,量得 $CD=10$ mm,则零件的厚度$x=$________mm.

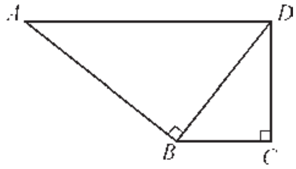
5. 如图,$\triangle ABC$ 是等边三角形,被一平行于 BC 的矩形所截,AB 被截成三等份,图中阴影部分面积是$\triangle ABC$ 的面积的________.



(第 4 题)



(第 5 题)



(第 6 题)

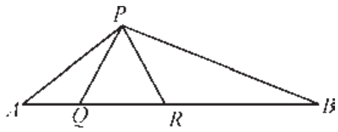
6. 如图,$\angle ABD=\angle BCD=90^\circ$, $AD=10$, $BD=6$. 若$\triangle ABD$ 与$\triangle BCD$ 相似,则 CD 的长是________.

迁移运用

1. 如图,$\triangle PQR$ 是等边三角形,$\angle APB=120^\circ$. 试说明:

(1) $\triangle PAQ\backsim\triangle BPR$;

(2) $AQ\cdot RB=QR^2$.

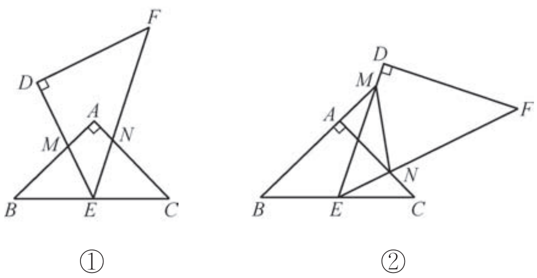


(第 1 题)

2. 已知$\triangle ABC$ 和$\triangle DEF$ 是两个等腰直角三角形,$\angle A=\angle D=90^\circ$,$\triangle DEF$ 的顶点 E 位于$\triangle ABC$ 的边 BC 的中点上.

(1) 如图①,设 DE 与 AB 交于点 M,EF 与 AC 交于点 N,求证:$\triangle BEM\backsim\triangle CNE$;

(2) 如图②,将$\triangle DEF$ 绕点 E 旋转,使得 DE 与 BA 的延长线交于点 M,EF 与 AC 交于点 N,除(1)中的一对相似三角形外,能否再找出一对相似三角形(等腰三角形除外)并证明你的结论?



(第 2 题)

第7章 锐角三角函数

课时1　正切(1)

目标导航

利用相似的直角三角形，探索并掌握锐角的正切的概念，会在直角三角形中求出某个锐角的正切值；体会“建模”的数学思想.

问题导学

活动一：操作思考

1. (1) 如图7-1，一架梯子斜靠在墙上，当它的顶端向下滑动时，它的底端将如何运动？滑动前(AB)与滑动后($A'B'$)的梯子，哪一个更陡些？你是如何判断的？

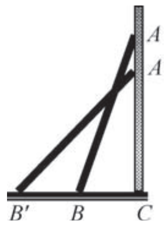


图7-1

(2) 在这一过程中变化的量有哪些？如何描述梯子在两个不同位置的倾斜程度呢？

2. 如图7-2，如果两架梯子AB、CD靠在墙上，且$AB /\!/ CD$，这两架梯子的倾斜程度相同吗？描述这两架梯子倾斜程度的量有什么关系？试着说说理由.

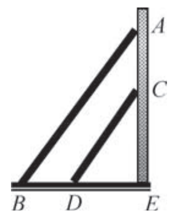


图7-2

3. 思考课本中“观察与思考”中问题2、3，你能获得什么结论？

4. 请你自学课本内容，了解在直角三角形中如何表示一个锐角的正切.

活动二：应用探究

1. 阅读课本例1并思考：

(1) 要求$\tan A$，需要什么条件？缺少的条件如何解决？

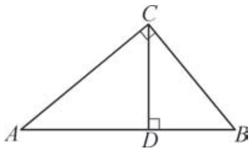
(2) 求$\tan B$.

2. 解决课本中的“思考与探索”.

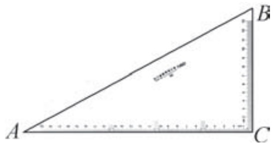
检测反馈

1. 在$\triangle ABC$中，$\angle B=90^{\circ}$，$BC=2AB$，则$\tan A=$________.

2. 如图，在Rt$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90^{\circ}$，$CD\perp AB$，垂足为D，$CD=3$，$AD=4$，则$\tan A=$________，$\tan B=$________.



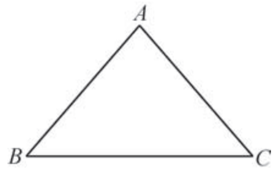
（第 2 题）



（第 3 题）

3. 如图是一三角尺，$AC=30$ cm，$\angle C=90^{\circ}$，$\tan\angle BAC=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则$BC$的长为______cm.

4. 如图，在等腰三角形ABC中，$AB=AC=5$，底边$BC=6$. 求$\tan C$的值.



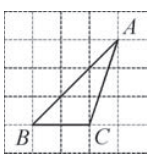
（第 4 题）

迁移运用

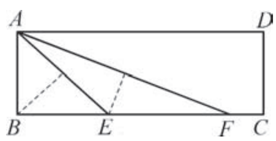
1. 在平面直角坐标系中，$\triangle ABC$的三个顶点的坐标分别为$A(-4,1)$、$B(-1,3)$、$C(-4,3)$，求$\tan B$的值.

2. 如图，$\triangle ABC$的顶点是正方形网格的格点，则$\tan A$的值为(　　).

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$



（第 2 题）



（第 3 题）

3. 小明在学习“锐角三角函数”时发现，将如图所示的矩形纸片$ABCD$沿过点B的直线折叠，使点A落在BC的点E处，还原后，再沿过点E的直线折叠，使点A落在BC的点F处，这样就可以求出67.5°角的正切值，则$\tan 67.5^{\circ}$的值为________.

课时 2　正切(2)

目标导航

进一步理解正切的意义. 通过探究，了解正切值随着锐角的增大而增大的性质，会用计算器由已知锐角求它的正切值.

问题导学

活动一：操作思考

1. 正切是如何定义的？

2. 阅读课本中的“观察与思考”并填写表格.

(1) 观察表格中正切值的变化，你发现了什么规律？

(2) 根据正切的定义，结合课本图 7-8 中各锐角的终边与过点(1,0)且垂直于 x 轴的直线的交点的变化，你能发现各角的正切值随着角度变化有什么变化吗？

3. 阅读课本中的例 3，学会用计算器求一个锐角的正切值. 任取一些锐角(不同于问题 2 表格中的角)，用计算器计算它们的正切值，验证问题 2 中发现的规律是否正确.

活动二：探究发现

1. 计算下列各组锐角的正切值.

(1) $30°$和 $60°$；　　(2) $26.6°$和 $63°24'$；

2. 如图 7-3，求 $\tan A$ 和 $\tan B$.

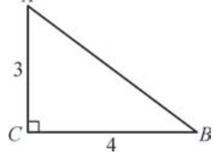


图 7-3

3. 观察问题 1、2 中的计算结果，你发现了什么规律？证明你的发现.

检测反馈

1. 用计算器计算下列锐角的正切值(结果精确到 0.01).

(1) $37°$; (2) $55°6'$; (3) $67.67°$; (4) $88°52'48''$.

2. 不用计算器计算,将下列正切值按从小到大的顺序排列.

$\tan 12°$, $\tan 2°$, $\tan 72°$, $\tan 52°$, $\tan 42°$.

3. 若 $\tan A \cdot \tan 50°=1$,则$\angle A$ 的度数是( ).

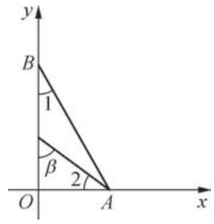
A. $50°$ B. $40°$ C. $\left(\frac{1}{50}\right)°$ D. $\left(\frac{1}{40}\right)°$

4. 已知$\angle A$ 为锐角,且 $\tan A \leqslant 1$,那么( ).

A. $0°<\angle A\leqslant 45°$ B. $45°\leqslant\angle A<90°$ C. $0°<\angle A\leqslant 30°$ D. $30°\leqslant\angle A<90°$

5. 在 $Rt\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,$\angle A=70°$,$BC=8$,则 AC 的长为________(精确到 0.001).

6. 如图,在平面直角坐标系中,已知点 $A(2,0)$、$B(0,4)$,且$\angle 1=\angle 2$.求 $\tan\beta$ 的值.



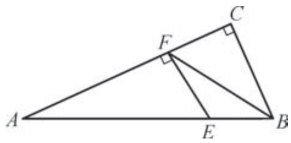
(第 6 题)

迁移运用

1. 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,$\angle A=30°$,E 是 AB 上的一点,且 $AE:EB=4:1$,$EF\perp AC$,垂足为 F,连接 FB,则 $\tan\angle CFB$ 的值等于( ).

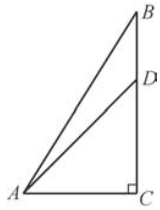
A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ D. $5\sqrt{3}$



(第 1 题)

2. 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,$\angle BAC=58°$,点 D 在 BC 上,$\angle DAC=45°$,$CD=1$.求 BC 的长(精确到 0.01).



(第 2 题)

课时 3　正弦、余弦(1)

目标导航

理解并掌握正弦、余弦的含义，会在直角三角形中求一个锐角的正弦和余弦，了解正弦、余弦值随锐角增大时的变化规律.

问题导学

活动一:认识概念

1. 完成课本的情境问题后思考:小明沿着斜坡行走，他的位置相对上升的高度与行走的路程有怎样的关系？他在水平方向上前进的距离与行走的路程有怎样的关系？

2. 如图 7－4，在 Rt$\triangle ABC$ 和 Rt$\triangle DEF$ 中，$\angle B=\angle E=90°$，$\angle A=\angle D$，那么$\frac{BC}{AC}$与$\frac{EF}{DF}$有什么关系？你能解释其中原因吗？

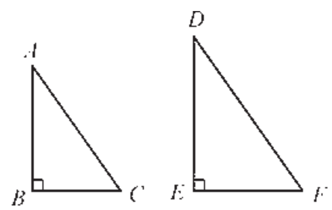


图 7－4

3. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，当$\angle A$ 的大小确定时，它的对边与斜边的比是否确定？它的邻边与斜边的比呢？课本中如何表示一个锐角的正弦和余弦？

活动二:应用探索

1. 利用课本中的图 7－11 计算 $\sin 30°$、$\cos 30°$的值.

2. 利用课本中的图 7－12，写出 $\sin 15°$、$\sin 30°$、$\sin 75°$、$\cos 15°$、$\cos 30°$、$\cos 75°$的值.

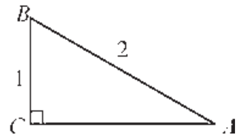
3. 如何用计算器求课本例 2 中的各个正弦值、余弦值？

4. 比较上面的计算结果，你发现正弦、余弦值随着锐角角度的变化有何变化规律？并利用课本图 7－12 解释所发现的规律.

检测反馈

1. 如图，$\sin A$ 等于(　　).

A. 2　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\sqrt{5}$



（第 1 题）

2. 在△ABC 中，$\angle C=90°$，$BC=2$，$\cos B=\frac{2}{3}$，则 AB 的长是(　　).

A. $\sqrt{5}$　　B. 3　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\sqrt{13}$

3. 一架长 5 m 的梯子斜靠在墙上，测得它与地面的夹角是 65°，则该梯子顶端到地面的距离为(　　).

A. $5\sin 65°$ m　　B. $5\cos 65°$ m　　C. $\frac{5}{\tan 65°}$ m　　D. $\frac{5}{\cos 65°}$ m

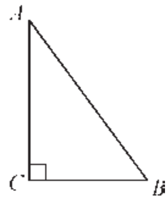
4. 比较大小(用“＞”“＜”或“＝”填空).

(1) $\sin 20°$________$\sin 30°$；　　(2) $\cos 40°$________$\cos 60°$.

5. 用计算器求下列正弦值或余弦值(精确到 0.01)：

(1) $\sin 27°$；　(2) $\cos 63°$；　(3) $\sin 51°25'12''$；　(4) $\cos 32.1°$.

6. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AB=6$，$\cos B=\frac{2}{3}$. 求 AC 的长.



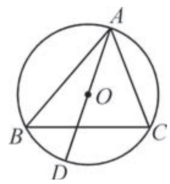
（第 6 题）

迁移运用

1. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\tan A=\frac{1}{3}$，则 $\sin B=$________.

2. 如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，AD 是⊙O 的直径，⊙O 的半径为$\frac{3}{2}$，$AC=2$，则 $\sin B$ 的值是(　　).

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$



（第 2 题）

3. 等腰三角形周长为 20，一边长为 6，求底角的余弦.

课时 4　正弦、余弦(2)

目标导航

通过求锐角的正弦、余弦，感受直角三角形中两个锐角的正弦、余弦之间的关系；能利用三角函数解决简单的直角三角形问题.

问题导学

活动一：回顾梳理

1. 如何表示直角三角形中一个锐角的正弦和余弦？

2. 某滑梯长 8 m，滑梯与水平面的夹角为 40°，求该滑梯的高度(精确到 0.1 m).

活动二：尝试探究

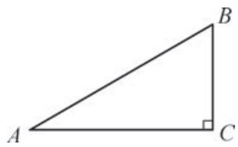


图 7－5

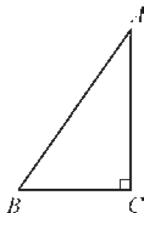
1. 如图 7－5，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$.

(1) 已知 $AC=\sqrt{3}$，$BC=1$，则 $\sin A=$________，$\cos A=$________，$\sin B=$________，$\cos B=$________.

(2) 比较(1)中$\angle A$ 和$\angle B$ 的正弦值、余弦值，你有什么发现？

2. 若改变问题 1 中 AC 和 BC 的长，上述发现仍然成立吗？说明你的理由.

检测反馈



(第 1 题)

1. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=5$，$BC=3$，则 $\cos A$ 等于(　　).

A. $\dfrac{3}{5}$　　B. $\dfrac{4}{5}$

C. $\dfrac{3}{4}$　　D. $\dfrac{4}{3}$

2. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\sin A=\dfrac{1}{2}$，则 $BC:AC:AB$ 等于(　　).

A. $1:2:5$　　B. $1:\sqrt{3}:\sqrt{5}$　　C. $1:\sqrt{3}:2$　　D. $1:2:\sqrt{3}$

3. 已知 α 为锐角，则 $m=\sin\alpha+\cos\alpha$ 的值满足(　　).

A. $m>1$　　B. $m=1$　　C. $m<1$　　D. $m\geqslant 1$

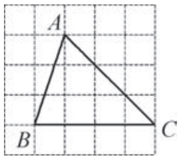
4. 在 Rt△ABC 中,$\angle C=90^\circ$,$\sin A=\frac{5}{13}$,则 $\cos A=$______,$\cos B=$______,$\tan A=$______.

5. 在 Rt△ABC 中,两边的长分别为 3 和 4,求此三角形中最小角的正弦值.

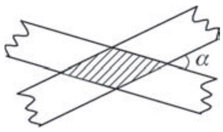
迁移运用

1. 在正方形网格中,△ABC 的位置如图所示,则 $\cos A$ 的值为(　　).

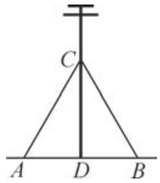
A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$



(第 1 题)



(第 2 题)



(第 3 题)

2. 如图,两条宽度都是 1 的纸条交叉叠在一起,且它们的夹角为 α,则它们重叠部分(图中阴影部分)的面积是(　　).

A. $\frac{1}{\sin\alpha}$　　B. $\frac{1}{\cos\alpha}$　　C. $\sin\alpha$　　D. 1

3. 如图是引拉线固定电线杆的示意图,已知 $CD\perp AB$,$CD=3\sqrt{3}$ m,$\angle CAD=\angle CBD=60^\circ$,则拉线 AC 的长是________ m.

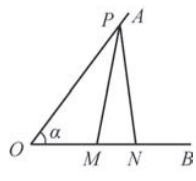
4. 观察下列等式:

① $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$,$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$;② $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$;③ $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$.

(1) 根据上述规律,计算 $\sin^2\alpha+\sin^2(90^\circ-\alpha)=$________[注:$\sin^2\alpha=(\sin\alpha)^2$].

(2) 计算:$\sin^2 1^\circ+\sin^2 2^\circ+\sin^2 3^\circ+\cdots+\sin^2 89^\circ$.

5. 如图,$\angle AOB=\alpha$,点 P 在边 OA 上,$OP=10$,点 M、N 在边 OB 上,$PM=PN$,若 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$,$MN=2$.求 OM 的长和 $\tan\angle PMN$ 的值.



(第 5 题)

课时 5　特殊角的三角函数

目标导航

知道 30°、45°、60°等特殊角的三角函数值;会求一些简单的含有特殊角的三角函数的表达式的值;能根据特殊锐角的正弦值、余弦值确定该锐角的大小.

问题导学

活动一:操作思考

1. 观察一副三角尺:(1) 它们有几个不同的锐角? 分别是多少度? (2) 每块三角尺的三边之间有怎样的数量关系? 试用不同的方法进行表述.

2. (1) 请根据三角尺的三边关系确定 sin 30°、cos 30°、tan 30°的值.

(2) 你还能求出一副三角尺中其他锐角的三角函数的值吗?

活动二:归纳结论

$\angle A$	30°	45°	60°
$\sin A$			
$\cos A$			
$\tan A$			

活动三:应用探索

你能利用特殊角的三角函数值,找出含特殊角的直角三角形的边角关系,并利用边角关系分别画出度数为 30°、45°、60°的角吗?

检测反馈

1. sin 60°的相反数是(　　).

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. 在$\triangle ABC$中,$\angle A$、$\angle B$都是锐角,且 $\sin A=\frac{1}{2}$,$\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}$,则$\triangle ABC$的形状是(　　).

A. 直角三角形　　B. 钝角三角形　　C. 锐角三角形　　D. 不能确定

3. 已知 $30^\circ<\alpha<60^\circ$,下列各式中,正确的是(　　).

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}<\cos\alpha<\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}<\cos\alpha<\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}<\cos\alpha<\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{1}{2}<\cos\alpha<\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 求下列各式的值.

(1) $2\sin 30^\circ-\cos 45^\circ$;　(2) $\sin^2 45^\circ+\tan 30^\circ\cdot\sin 60^\circ$;　(3) $\sin^2 30^\circ+\cos^2 30^\circ$.

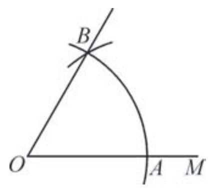
5. 求满足下列条件的锐角.

(1) $\sin\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}=0$;　(2) $-2\cos\alpha+\sqrt{3}=0$;　(3) $\tan(\alpha+10^\circ)=\sqrt{3}$.

6. 已知 α 为锐角,当 $\frac{2}{1-\tan\alpha}$ 无意义时,求 $\tan(\alpha+15^\circ)-\tan(\alpha-15^\circ)$ 的值.

迁移运用

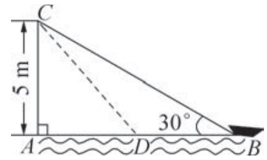
1. 如图,以 O 为圆心,任意长为半径画弧,与射线 OM 交于点 A,再以 A 为圆心,AO 长为半径画弧,两弧交于点 B,画射线 OB,则 $\cos\angle AOB=$________.



(第 1 题)

2. 在 Rt△ABC 中,$\angle C=90^\circ$,$AB=2BC$,下列结论:① $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$;② $\cos B=\frac{1}{2}$;③ $\tan A=\frac{\sqrt{3}}{3}$;④ $\tan B=\sqrt{3}$.其中,正确的是________(填序号).

3. 如图,在距离水面 5 m 高的岸上有人用绳子拉船靠岸,开始时绳子与水面的夹角为 30°,此人以 0.5 m/s 的速度收绳.求8 s后船向岸边移动的距离.



(第 3 题)

课时 6　由三角函数值求锐角

目标导航

会使用计算器由已知三角函数值求它的对应锐角，进一步体会三角函数的意义.

问题导学

活动一：实践感受

1. (1) 如图 7-6，小明放一个线长 $AB=120$ m 的风筝，当风筝距离地面的高度 BC 为 60 m 时，如何求风筝线与水平线的夹角 α 的度数？

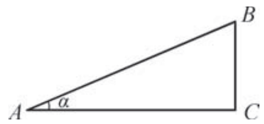


图 7-6

(2) 若线长 AB 为 120 m，AC 为 70 m，α 的度数又是多少？

(3) 若 BC 为 60 m，AC 为 120 m，怎样求 α 的度数？

2. 阅读课本或科学计算器的说明书，了解如何由三角函数值求锐角，与同学交流并尝试.

活动二：思考探究

1. 若 $45°<\angle A<90°$，则 $\sin A$、$\cos A$、$\tan A$ 的取值范围分别是什么？

2. 若锐角 α 满足 $\sin\alpha<\frac{1}{2}$，则 α 的取值范围是什么？

检测反馈

1. 已知$\angle A$ 为锐角，且 $\cos A=\frac{1}{4}$，下列对$\angle A$ 的判断中，正确的是(　　).

A. $0°<\angle A<30°$　　B. $30°<\angle A<45°$　　C. $45°<\angle A<60°$　　D. $60°<\angle A<90°$

2. 求满足下列条件的锐角 α(精确到 0.01°).

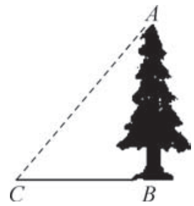
(1) $\sin\alpha=\frac{1}{2}$；　　(2) $\cos\alpha=0.2$；　　(3) $\tan\alpha=3$.

3. 如图,某商场要在大厅安装一部自动扶梯,已知一、二楼之间层高 3.4 m,可供电梯伸展的地面长度不超过 10 m.求电梯的最小倾斜角(精确到 0.01°).

(第 3 题)

迁移运用

1. 如图,一棵大树垂直于地面,小明测得 CB 的长度为 10 m,$\angle ACB=50°$,则树高 AB 约为________m(参考数据:$\sin 50°\approx0.77$,$\cos 50°\approx0.64$,$\tan 50°\approx1.2$).

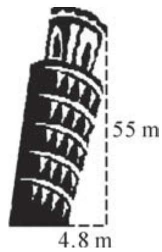


(第 1 题)

2. 求满足下列条件的锐角 α(精确到 $1'$).

(1) $\sin\alpha=0.46$；　　(2) $\cos\alpha=\frac{3}{5}$；　　(3) $\tan\alpha=100$.

3. 你听说过意大利著名的比萨斜塔吗?某人曾经从高 55 m 的塔顶竖直丢下一个物体,它的着地点距塔底 4.8 m,斜塔偏离铅垂线的角度是多少(精确到 $1'$)?



(第 3 题)

4. 已知三角函数值,可以先利用计算器求出锐角 α 与 β,从而比较它们的大小.你能否不用计算器来比较以下的锐角 α 与 β 的大小?如果能,说说你的想法.

(1) $\cos\alpha=\frac{3}{4}$,$\tan\beta=\frac{5}{4}$；　　(2) $\sin\alpha=0.4$,$\cos\beta=0.51$.

课时 7　解直角三角形(1)

目标导航

理解直角三角形中除直角外的 5 个元素之间的关系，会运用勾股定理、直角三角形中的两个锐角互余及锐角三角函数解直角三角形.

问题导学

活动一:回顾梳理

1. 回忆你对直角三角形的认识，你能想到哪些与直角三角形有关的结论?

2. 如图 7－7，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，a、b、c、$\angle A$、$\angle B$ 这 5 个元素间有哪些相等关系?把它们写下来.

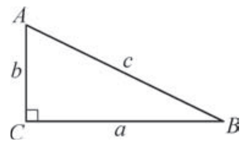


图 7－7

活动二:解决问题

1. 利用活动一探究所得的直角三角形中 5 个元素之间的关系，需要知道其中的几个元素就可以确定这个直角三角形的形状和大小? 对于已知的元素有限制吗? 为什么?

2. 自学课本中的例 1，解决下面的问题:

(1) 在$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$c=2$，$\angle A=30^\circ$，解这个直角三角形.

(2) 在$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$a=2$，$b=2\sqrt{3}$，求$\angle A$，$\angle B$，c.

(3) 试编一道“解直角三角形”的问题:给出已知元素，请你的同学验证能否求出其他元素.

(4) 你能概括什么是解直角三角形吗?

3. 收集同学们所编的问题，归纳解直角三角形的条件可以分为哪几种不同的类型.

检测反馈

1. 在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,a、b、c 分别为$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边.

(1) 若 $b=10$,$c=10\sqrt{2}$,则 $a=$________,$\angle A=$________,$\angle B=$________;

(2) 若 $a=8$,$\angle A=45°$,则$\angle B=$________,$b=$________,$c=$________;

(3) 若 $c=10$,$\angle B=60°$,则 $a=$________,$b=$________,△ABC 的面积=________.

2. 在△ABC 中,$\angle C=90°$,$AB=15$,$\sin A=\frac{1}{3}$,则 $BC=$__________.

3. 在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,$\angle A=\alpha$,$AC=5$,则 $AB=$________(用含 α 的代数式表示).

4. 已知直角三角形的一个锐角为 30°,斜边为 1 cm,则斜边上的高为__________cm.

5. 根据下列条件解直角三角形,其中$\angle C=90°$.

(1) $c=20$,$\angle A=45°$;

(2) $a=6\sqrt{2}$,$b=6\sqrt{6}$.

迁移运用

1. 满足下列条件的直角三角形不能求解的是(　　).

A. 已知一条直角边和一个锐角

B. 已知斜边和一个锐角

C. 已知两边

D. 已知两个锐角

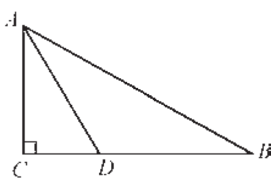
2. 等腰三角形底边与底边上的高的比是 $2:\sqrt{3}$,则顶角为__________.

3. 在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,a、b、c 分别为$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边.

(1) $a=4$,$\sin A=\frac{2}{5}$,求 b、c、$\tan B$;

(2) $a+c=16$,$b=8$,求 a、c、$\cos B$.

4. 如图,在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,AD 是$\angle CAB$ 的平分线. 设 $AC=8\sqrt{5}$,$AD=\frac{16}{3}\sqrt{15}$,解这个直角三角形.



(第 4 题)

课时 8　解直角三角形(2)

目标导航

进一步理解解直角三角形的意义,会根据直角三角形中的已知元素选择合理的相等关系求解未知量,提高分析问题、解决问题能力.

问题导学

活动一:探究思考

阅读课本中的例 3,思考下列问题.

(1) 对于一个一般的三角形,需要知道三边和三角中的几个元素才能确定这个三角形?

(2) 在$\triangle ABC$中,能直接求出AB吗?为什么?如果不能,你有求AB的办法吗?

(3) 能否通过作边BC(或边AC)上的高构造直角三角形来解决该问题?为什么?

活动二:变式思考

问题:一副三角尺按如图 7-8 所示放置,点C在FD的延长线上,$AB\parallel CF$,$\angle F=\angle ACB=90°$,$\angle E=30°$,$\angle A=45°$,$AC=12\sqrt{2}$.求CD的长.

(1) 线段CD在哪一个三角形中?该三角形已知哪些条件?

(2) 请尝试构造直角三角形解决该问题.

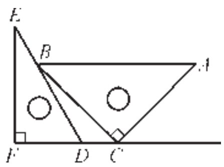
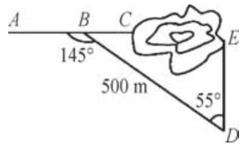


图 7-8

检测反馈

1. 如图,为了加快开凿隧道的施工进度,要在小山的两端同时施工.在AC上找一点B,取$\angle ABD=145°$,$BD=500$ m,$\angle D=55°$,要使点A、C、E成一条直线,那么开挖点E与点D的距离是(　　).

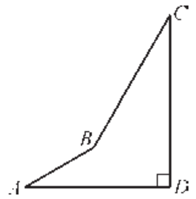


(第 1 题)

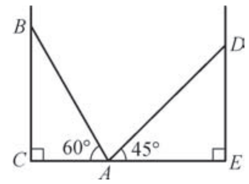
A. $500\sin 55°$ m　　B. $500\cos 55°$ m

C. $500\tan 55°$ m　　D. $\dfrac{500}{\cos 55°}$ m

2. 如图，$AD \perp CD$，$AB=10$，$BC=20$，$\angle A=\angle C=30^\circ$，则 AD 的长为________，CD 的长为________.



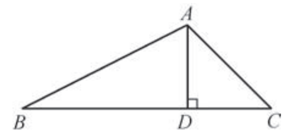
（第 2 题）



（第 3 题）

3. 如图，两面墙之间有一架底端在点 A 的梯子，当它靠在一侧墙上时，梯子的顶端在点 B；当它靠在另一侧墙上时，梯子的顶端在点 D. 已知$\angle BAC=60^\circ$，$\angle DAE=45^\circ$，$DE=3\sqrt{2}$ m，则点 B 到地面的距离 $BC=$________m.

4. 如图，在$\triangle ABC$ 中，AD 是边 BC 上的高，$\angle C=45^\circ$，$\sin B=\frac{1}{3}$，$AD=1$. 求 BC 的长.



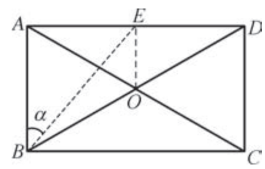
（第 4 题）

迁移运用

1. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，$\angle BOC=120^\circ$，$AB=2$.

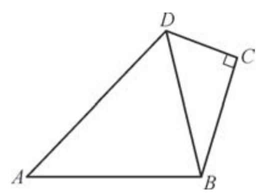
（1）求 AC、BD 的长.

（2）过点 O 作 $OE \perp AD$，垂足为 E，连接 BE. 记$\angle ABE=\alpha$，求 $\tan\alpha$ 的值.



（第 1 题）

2. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=45^\circ$，$\angle C=90^\circ$，$\angle ABD=75^\circ$，$\angle DBC=30^\circ$，$AB=2a$. 求 BC 的长.



（第 2 题）

课时 9　用锐角三角函数解决问题(1)

目标导航

经历探索实际问题的求解过程,理解坡度的意义,体会三角函数在解决实际问题过程中的应用,增强应用数学的意识.

问题导学

活动一:了解概念

1. 如图 7－9,有两个斜坡 AB、$A'B'$.

(1) 比较斜坡 AB 和斜坡 $A'B'$,哪一个倾斜程度较大?

(2) 比较$\angle A$ 和$\angle A'$、$\tan A$ 和 $\tan A'$的大小.

(3) 查阅资料,了解修路、挖河、开渠和筑坝时设计图纸上通常怎样注明斜坡的倾斜程度.请画图举例说明.

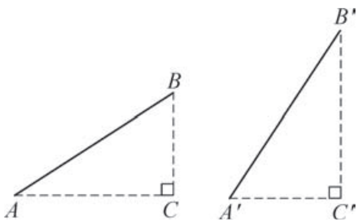


图 7－9

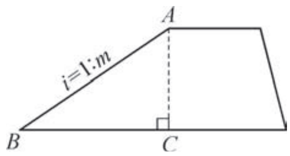


图 7－10

2. (1) 如图 7－10 是一张水库拦水坝的横断面的设计图,坡面的铅垂高度与水平宽度的比叫做坡度(或坡比),记作 i,即 $i=$________(用线段 AB、AC、BC 表示).

(2) 坡度、坡角以及坡面倾斜程度之间存在怎样的关系?

活动二:解决问题

1. 一斜坡坡面的坡角为 30°,则坡度 $i=$________.

2. 如图 7－11,水坝的横断面是四边形 $BCDF$,且 $BC/\!/DF$,背水坡 AB 的坡角$\angle BAD=60°$,坡长 $AB=20\sqrt{3}$ m,为加强水坝强度,将坝底从 A 处沿 DA 方向延伸到 F 处,使新的背水坡的坡角$\angle F=45°$. 求 AF 的长(结果精确到 1 m).

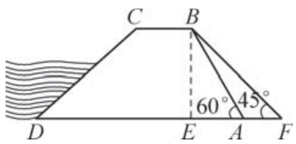


图 7－11

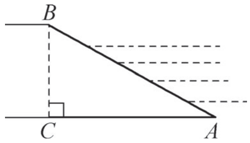
检测反馈

1. 一人乘雪橇沿坡度 $1:\sqrt{3}$ 的斜坡笔直滑下,滑下的距离 s (m)与时间 t (s)之间的关系为 $s=10t+2t^2$,若滑到坡底的时间为 4 s,则此人下降的高度为(　　).

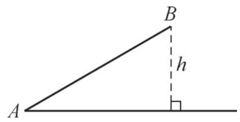
A. 72 m　　B. $36\sqrt{3}$ m　　C. 36 m　　D. $18\sqrt{3}$ m

2. 一河堤横断面如图所示，堤高 $BC=5$ m，迎水坡 AB 的坡度是 $1:\sqrt{3}$，则 AC 的长是(　　).

A. $5\sqrt{3}$ m　　B. 10 m　　C. 15 m　　D. $10\sqrt{3}$ m



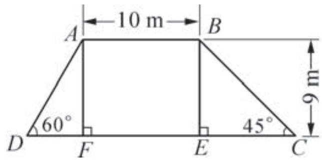
（第 2 题）



（第 3 题）

3. 如图，小明爬一个土坡，他从坡底 A 处爬到 B 处所走的距离 $AB=4$ m，此时他离地面的高度 $h=2$ m，则这个土坡的坡角 $\angle A=$________.

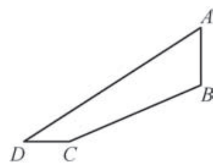
4. 为了做好防洪准备工作，某市在某常出现险情的河段修建了一防洪大坝，其横断面为四边形 $ABCD$（如图），已知 $AB\parallel CD$. 请你根据图中数据计算坝底 CD 的宽度(保留根号).



（第 4 题）

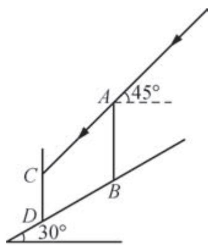
迁移运用

1. 某游乐场新推出一个“极速飞车”的项目. 项目有两条斜坡轨道以满足不同的难度需求，游客可以通过乘坐垂直升降电梯 AB 选择项目难度，其中斜坡轨道 BC 的坡度 $i=1:2$，$BC=12\sqrt{5}$，CD 与水平地面平行，且长为 8 m，$\angle D=36^\circ$，其中点 A、B、C、D 均在同一平面内. 求垂直升降电梯 AB 的高度(精确到 0.1 m，参考数据 $\tan 36^\circ\approx 0.73$，$\cos 36^\circ\approx 0.81$，$\sin 36^\circ\approx 0.59$).



（第 1 题）

2. 如图，在坡角为 30° 的山坡上有一铁塔 AB，其正前方矗立着一块大型广告牌，当阳光与水平线成 45° 角时，测得铁塔 AB 落在斜坡上的影子 BD 的长为 6 m，落在广告牌上的影子 CD 的长为4 m，求铁塔 AB 的高(保留根号).（AB、CD 均与水平面垂直）



（第 2 题）

课时 10　用锐角三角函数解决问题(2)

目标导航

经历探索实际问题的求解过程,在实际问题数学化的过程中,体会三角函数在解决实际问题过程中的应用,提高问题解决能力.

问题导学

活动一:直接应用

如图 7－12,登山缆车的车厢从点 A 到达点 B 时,缆车行驶了 200 m,在这段路程中缆车行驶的路线与水平面的夹角为 30°. 你知道缆车垂直上升的距离是多少吗?

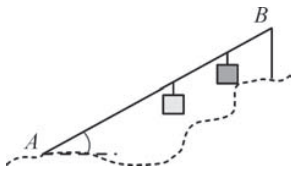


图 7－12

活动二:间接应用

认真研读课本中的问题 2.

(1) 本题求解的是________;它在图 7－13 中即是________的长度. 所求线段长度和已知条件是如何联系的?

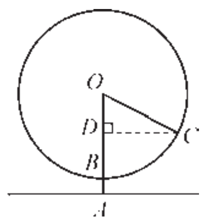


图 7－13

(2) 解决下列问题:

① 经过多长时间后,小明离地面的高度最高?

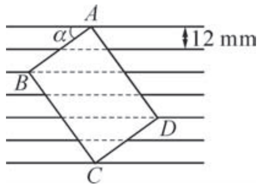
② 从最底部开始,经过多长时间后,小明离地面的高度达到 10.3 m?

③ 在旋转 1 周的过程中,小明有多长时间连续保持离地面 10.3 m 以上?

检测反馈

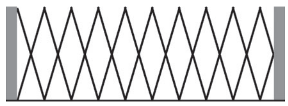
1. 小明和小丽在玩跷跷板时,当小丽用力将长 4 m 的跷跷板的一端压下并碰到地面时,另一端的小明离地面 1.5 m,此时跷跷板与地面的夹角为________(精确到 1°).

2. 如图,把一张矩形卡片 $ABCD$ 放在每格宽度为 12 mm 的横格纸中,它的 4 个顶点恰好都在横格线上,已知 $\alpha=36^\circ$,求矩形卡片 $ABCD$ 的周长(精确到 1 mm,参考数据:$\sin 36^\circ\approx0.60$,$\cos 36^\circ\approx0.80$,$\tan 36^\circ\approx0.75$).



(第 2 题)

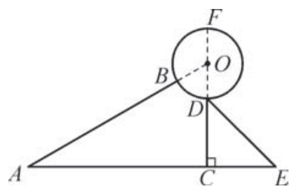
3. 如图,某学校的大门是由相同的菱形框架组成的伸缩推拉门,已知大门关闭时菱形的边长为 0.5 m,锐角都是 50°,求大门的宽(精确到 0.01 m,参考数据:$\sin 25^\circ\approx0.422\ 6$,$\cos 25^\circ\approx0.906\ 3$).



(第 3 题)

迁移运用

1. 如图是某太阳能热水器的示意图,已知真空集热管 AB 与支架 CD 所在直线相交于水箱横断面⊙O 的圆心,支架 CD 与水平面 AE 垂直,$AB=150$ cm,$\angle BAC=30^\circ$,另一根辅助支架 $DE=80$ cm,$\angle CED=45^\circ$.求热水器 CF 的高度(保留根号).

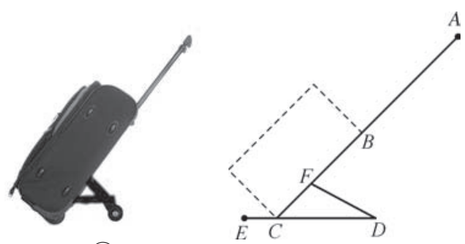


(第 1 题)

2. 图①、图②分别是购物网站上某种型号拉杆箱的实物图与示意图.根据商品介绍,可知如下信息:滑杆 DE、箱体 BC、拉杆 AB 的长都相等,即 $DE=BC=AB$,点 B、F 在 AC 上,点 C 在 DE 上,支杆 $DF=30$ cm,$CE:CD=1:3$,$\angle DCF=45^\circ$,$\angle CDF=30^\circ$.

(1) 求 AC 的长(保留根号);

(2) 求拉杆端点 A 到水平滑杆 DE 的距离(精确到 1 cm,参考数据:$\sqrt{2}\approx1.41$,$\sqrt{3}\approx1.73$,$\sqrt{6}\approx2.45$).



① ②

(第 2 题)

课时 11　用锐角三角函数解决问题(3)

目标导航

理解仰角、俯角的意义,经历探索实际问题的求解过程,体会三角函数在解决实际问题过程中的应用,增强应用数学的意识,提高问题解决能力.

问题导学

活动一:测量深度

人看水里的物体时会产生视觉误差,主要原因是因为光线照射到水里时会发生折射现象.现测得当一个人的目光与水平面的夹角为 30°时,目光在水里的虚像与水平面的夹角为 22°(如图 7-14).此时,如果他看到水里的一条鱼距离水面约 30 cm,那么这条鱼实际距离水面大约多少厘米(精确到 1 cm,参考数据:tan 22°≈0.404)?

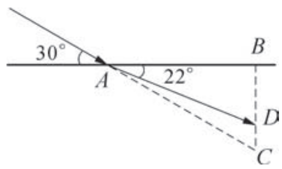


图 7-14

活动二:测量高度

数学活动课上,老师布置一项作业:请你任意选择一个无法直接测量高度的物体,并设计一个恰当的方法测量出它的高度.

(1) 如图 7-15,第一组同学选择测量操场上旗杆 BC 的高度,他们在教学楼上 A 处测得旗杆顶部 B 的仰角为 30°,旗杆底部 C 的俯角为 60°,已知点 A 距地面的高 AD 为 12 m.

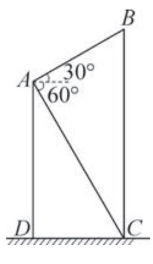


图 7-15

（2）如图 7－16，第二组同学选择测量一座古塔 CD 的高度.他们首先从 A 处测得塔顶 C 的仰角 $\angle CFE=21°$，然后往塔的方向前进 50 m 到达 B 处，此时测得仰角 $\angle CGE=37°$，已知测量仪器高 1.5 m，请你根据以上数据计算出古塔 CD 的高度$\left(\text{参考数据：}\sin 37°\approx\frac{3}{5}, \tan 37°\approx\frac{3}{4}, \sin 21°\approx\frac{9}{25}, \tan 21°\approx\frac{3}{8}\right)$.

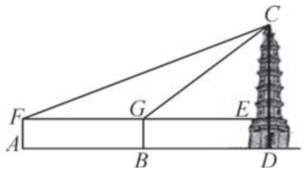
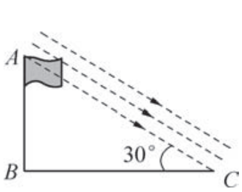


图 7－16

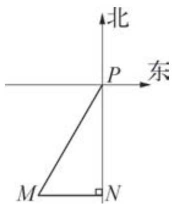
（3）请你尝试测量学校旗杆的高度，还有其他的方法吗？若有，请写出你的方法.

检测反馈

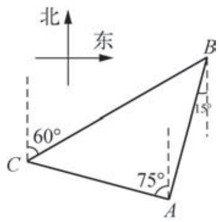
1. 如图，当太阳光线与地面成 30°角时，测得旗杆 AB 在地面上的投影长 BC 为 24 m，则旗杆 AB 的高度是________m.



（第 1 题）



（第 2 题）



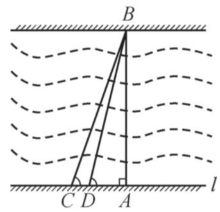
（第 3 题）

2. 如图，一艘轮船向正东方向航行，上午 9 时测得它在灯塔 P 的南偏西 30°方向，距离灯塔 120 海里的 M 处，上午 11 时到达这座灯塔的正南方向的 N 处，轮船在这段时间内的平均速度是________海里/时.

3. 如图，在监测点 B 处望见一艘正在作业的渔船在南偏西 15°方向的 A 处，若渔船沿北偏西 75°方向以 40 海里/时的速度航行，航行 30 分钟后到达点 C 处，在点 C 处观测到点 B 在点 C 的北偏东 60°方向，则点 B、C 之间的距离为(　　).

A. 20 海里　　B. $10\sqrt{3}$ 海里　　C. $20\sqrt{2}$ 海里　　D. 30 海里

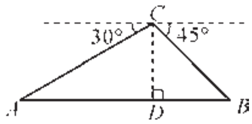
4. 如图，某市一座正在建设的大桥的两端位于河岸 A、B 两点，小张为了测量 A、B 之间的河宽，在垂直于大桥 AB 的河岸 l 上测得如下数据：$\angle BDA=76.1°$，$\angle BCA=68.2°$，$CD=82$ m. 求 AB 的长（精确到 0.1 m，参考数据：$\sin 76.1°\approx 0.97$，$\cos 76.1°\approx 0.24$，$\tan 76.1°\approx 4.0$；$\sin 68.2°\approx 0.93$，$\cos 68.2°\approx 0.37$，$\tan 68.2°\approx 2.5$）.



（第 4 题）

迁移运用

1. 如图，从热气球 C 处观测地面 A、B 两点的俯角分别为 30°、45°，如果此时热气球在 C 处的高度 CD 为 100 m，点 A、D、B 在同一直线上，那么 A、B 两点之间的距离是（　　）.

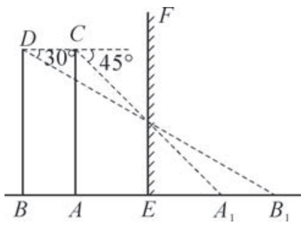


（第 1 题）

A. 200 m　　B. $200\sqrt{3}$ m

C. $220\sqrt{3}$ m　　D. $100(\sqrt{3}+1)$ m

2. 如图，当小华站立在镜子 EF 前 A 处时，他看自己的脚在镜中的像的俯角为 45°，如果小华向后退 0.5 m 到 B 处，这时他看自己的脚在镜中的像的俯角为 30°. 求小华的眼睛到地面的距离（精确到0.1 m，参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.732$）.



（第 2 题）

课时 12 小结与思考(一)

目标导航

通过对本章知识的回顾与梳理,进一步理解三角函数的概念,明确直角三角形各元素间的关系,会解直角三角形,进一步学会利用数形结合的思想方法来分析问题和解决问题.

问题导学

活动一:知识梳理

1. 本章我们对直角三角形进行了深入的研究,请从以下三个方面归纳 Rt△ABC(图 7-17)中各元素间的关系:

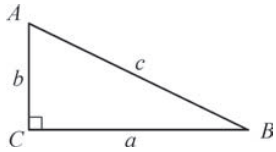


图 7-17

(1) 三边之间的关系:________________________;

(2) 锐角之间的关系:________________________;

(3) 边、角之间的关系:________________________.

2. 知道直角三角形中的________________________,就可以求出其余元素.

活动二:提升认识

1. 结合课本中的图 7-5 和图 7-8,探索锐角三角函数值的变化规律,并用语言概括.

2. 观察直角三角形中两个锐角的三角函数,探索它们之间的关系.

活动三:典例评析

如图 7-18,在 Rt△ABC 中,$\angle ACB=90^\circ$,D 是边 AB 上的中点,$BE\perp CD$,垂足为 E,已知 $AC=15$,$\cos A=\frac{3}{5}$.

(1) 求线段 CD 的长;

(2) 求 $\sin\angle DBE$ 的值.

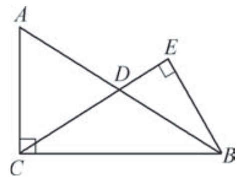


图 7-18

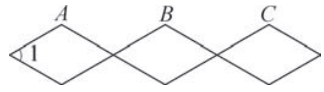
检测反馈

1. 在 Rt△ABC 中,$\angle C=90^\circ$,$AB=5$,$AC=4$,$\sin B$ 的值为( ).

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$

2. 锐角 A 满足 $2\sin(A-15^\circ)=\sqrt{3}$,则 $\angle A=$________$^\circ$.

3. 如图,晾衣架由若干个菱形组成,已知其中每个菱形的边长为 20 cm,在墙上悬挂晾衣架的两个铁钉 A、B 之间的距离为 $20\sqrt{3}$ cm,则$\angle 1=$________°.

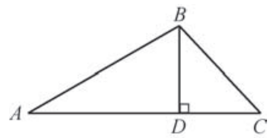


(第 3 题)

4. 如图,在$\triangle ABC$中,$BD\perp AC$,垂足为D,$AB=6$,$AC=5\sqrt{3}$,$\angle A=30°$.

(1) 求BD和AD的长;

(2) 求$\tan C$的值.



(第 4 题)

迁移运用

1. 已知α是锐角,且$\sin\alpha=0.75$,则(　　).

A. $0°<\alpha<30°$　　B. $30°<\alpha<45°$　　C. $45°<\alpha<60°$　　D. $60°<\alpha<90°$

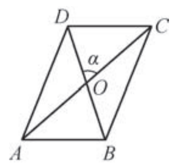
2. 比较大小:(1) $\cos 35°$________$\cos 45°$,$\tan 50°$________$\tan 60°$;

(2) 若$\sin\alpha=0.327\,6$,$\sin\beta=0.327\,4$,则α________β.

3. 如图,在▱$ABCD$中,对角线AC、BD相交成的锐角为α,若$AC=a$,$BD=b$,则▱$ABCD$的面积是(　　).

A. $\frac{1}{2}ab\sin\alpha$　　B. $ab\sin\alpha$

C. $ab\cos\alpha$　　D. $\frac{1}{2}ab\cos\alpha$



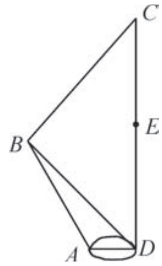
(第 3 题)

4. 如图,点A、B为两个村庄,AB、BC、CD为公路,BD为农田,AD为河宽,且CD与AD互相垂直.现在要从E处开始铺设通往村庄A、村庄B的一条电缆,共有如下两种铺设方案:① $E\to D\to A\to B$;② $E\to C\to B\to A$.经测量,得$AB=4\sqrt{3}$ km,$BC=10$ km,$CE=6$ km,$\angle BDC=45°$,$\angle ABD=15°$.已知地下电缆的修建费为 2 万元/km,水下电缆的修建费为 4 万元/km.

(1) 求河宽AD(保留根号);

(2) 求公路CD的长;

(3) 哪种铺设方案的费用低?请说明理由.



(第 4 题)

课时 13　小结与思考(二)

目标导航

深刻理解三角函数的概念,进一步感受直角三角形边、角关系在现实生活中的广泛应用,提高分析问题和解决问题的能力.

问题导学

活动一:理解运用

如图 7－19,自来水厂 A 和村庄 B 分别在小河 l 的两侧,现要在 A、B 间铺设一条输水管道.为了做好工程预算,需测算出 A、B 间的距离.一小船在点 P 处测得自来水厂 A 在正北方向,村庄 B 位于南偏东 $24.5°$方向;小船前行 1 200 m 到达点 Q 处,测得自来水厂 A 位于北偏西 $49°$方向,村庄 B 位于南偏西 $41°$方向.

(1) 线段 BQ 与 PQ 是否相等?请说明理由;

(2) 求 A、B 间的距离(参考数据:$\cos 41°\approx 0.75$).

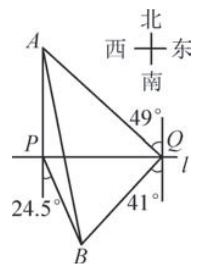
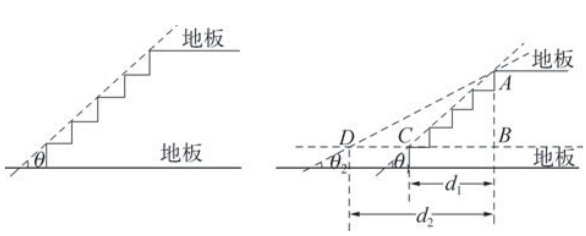


图 7－19

活动二:实际应用

在建楼梯时,设计者要考虑楼梯的安全程度,如图 7－20①,一般情况下,楼梯倾角 θ 越小,楼梯的安全程度越高;如图 7－20②,设计者为了提高楼梯的安全程度,要把楼梯的倾角 θ_1 减至 θ_2,这样楼梯所占用地板的长度由 d_1 增加到 d_2,已知 $d_1=4$ m,$\angle\theta_1=40°$,$\angle\theta_2=36°$,则楼梯占用地板的长度增加多少米(精确到0.01 m,参考数据:$\tan 40°=0.839$,$\tan 36°=0.727$)?

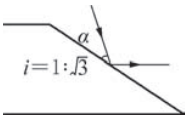


①　　　　②

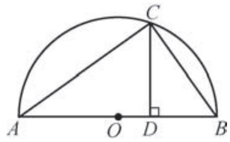
图 7－20

检测反馈

1. 如图,一束光线照在坡度为 $1:\sqrt{3}$ 的斜坡上,被斜坡上的平面镜反射成与地面平行的光线,这束光线与坡面的夹角 α 是________°.



(第 1 题)

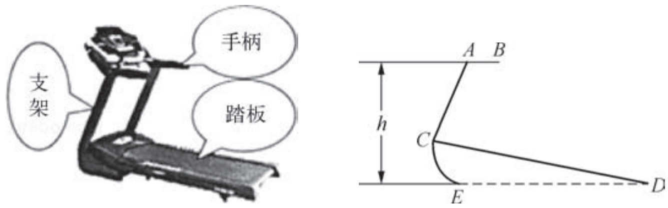


(第 2 题)

2. 如图,AB 是半圆 O 的直径,点 C 在半圆上,过点 C 作 $CD\perp AB$,垂足为 D. 已知 $\cos\angle ACD=\frac{3}{5}$,$BC=4$,则 AC 的长为(　　).

A. 1　　　B. $\frac{20}{3}$　　　C. 3　　　D. $\frac{16}{3}$

3. 图①、图②分别是某种型号跑步机的实物图与示意图,已知踏板 CD 为 1.6 m,CD 与地面 DE 的夹角$\angle CDE$ 为 $12°$,支架 AC 为 0.8 m,$\angle ACD$ 为 $80°$. 求跑步机手柄的一端 A 的高度 h(精确到 0.1 m,参考数据:$\sin 12°=\cos 78°\approx 0.21$,$\sin 68°=\cos 22°\approx 0.93$,$\tan 68°\approx 2.48$).



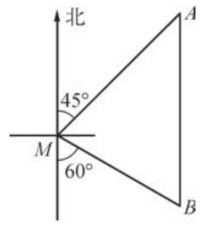
①　　　②

(第 3 题)

4. 如图,一艘渔船位于小岛 M 的北偏东 $45°$方向、距离小岛 180 海里的 A 处,渔船从 A 处沿正南方向航行一段距离后,到达位于小岛南偏东 $60°$方向的 B 处.

(1) 求渔船从 A 处到 B 处的航行过程中与小岛 M 之间的最小距离(用根号表示);

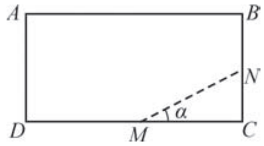
(2) 若渔船以 20 海里/时的速度从 B 处沿 BM 方向行驶,求渔船从 B 处到达小岛 M 的航行时间(精确到 0.1 时,参考数据:$\sqrt{2}\approx1.41$,$\sqrt{3}\approx1.73$,$\sqrt{6}\approx2.45$).



(第 4 题)

迁移运用

1. 如图,矩形台球桌 $ABCD$ 的宽为 m,M 是 CD 上的一点.一球从点 M 出发沿虚线 MN 射向边 BC,然后反弹到边 AB 上的点 P.如果 $MC=n$,$\angle CMN=\alpha$,那么点 P 与点 B 之间的距离为________.



(第 1 题)

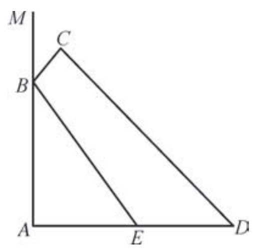
2. 如图①,我国传统建筑的大门上常常悬挂着巨大的匾额.如图②,线段 BC 是悬挂在墙壁 AM 上的某块匾额.已知 $BC=1$ m,$\angle MBC=37°$.从水平地面点 D 处看点 C 的仰角 $\angle ADC=45°$,从点 E 处看点 B 的仰角 $\angle AEB=53°$,且 $DE=2.4$ m.

(1) 求点 C 到墙壁 AM 的距离;

(2) 求匾额悬挂的高度 AB.

$\left(参考数据:\sin 37°\approx\frac{3}{5},\cos 37°\approx\frac{4}{5},\tan 37°\approx\frac{3}{4}\right)$

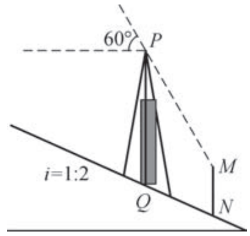
①



②

(第 2 题)

3. 如图，信号塔 PQ 坐落在坡度 i 为 $1:2$ 的山坡上，其正前方直立着一警示牌. 当太阳光线与水平线成 $60°$ 角时，测得信号塔 PQ 落在斜坡上的影子 QN 长为 $2\sqrt{5}$ m，落在警示牌上的影子 MN 长为 3 m，求信号塔 PQ 的高(保留根号).



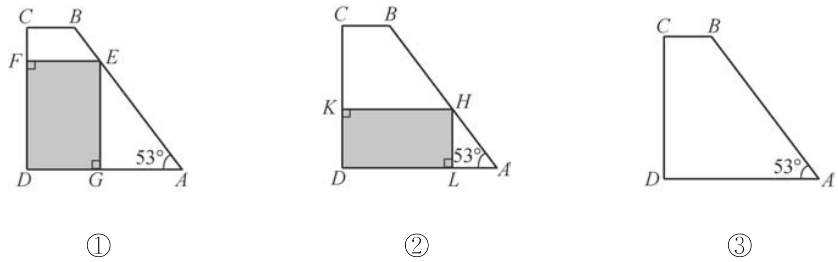
（第 3 题）

4. 小林家门前有一块四边形的空地 $ABCD$，其中 $AD\parallel BC$，$BC=1.6$ m，$AD=5.5$ m，$CD=5.2$ m，$\angle C=90°$，$\angle A=53°$. 小林的爸爸想将一辆长 4.9 m、宽 1.9 m 的汽车停放在这块空地上，让小林算算是否可行. 小林设计了两种方案，如图①和图②所示.

(1) 请你通过计算说明小林的两种设计方案是否合理；

(2) 请你利用图③再设计一种有别于小林的可行性方案，并说明理由.

$\left(\text{参考数据：}\sin 53°\approx 0.8, \cos 53°\approx 0.6, \tan 53°\approx \frac{4}{3}\right)$



（第 4 题）